# නිෂ්පාදන න්‍යාය: දිගුකාලීන නිෂ්පාදන ශ්‍රිත විශ්ලේෂණය

- දිගුකාලීන නිෂ්පාදන ශ්‍රිත විශ්ලේෂණයේදී තාර්කික නිෂ්පාදකයන්ගේ දිගුකාලීන හැසිරීම සලකා බැලේ.

- නිෂ්පාදනයේ දිගුකාලයේදී සියලුම සාධක වෙනස් කරමින් නිමැවුම ප්‍රසාරණය කළ හැකි ය.

- දිගු කාලයේදී නිෂ්පාදකයනට නිෂ්පාදන පරිමාව ප්‍රසාරණය කිරීමට අවකාශ සැලසේ.

- සියලුම සාධක විචල්‍ය සාධක/යෙදවුම් වේ. ස්ථාවර සාධක නැත.

- දිගු කාලයේදී සියලුම සාධක සමාන අනුපාතයකින් හෝ එකිනෙකට වෙනස් අනුපාතවලින් හෝ වෙනස් කිරීම මගින් නිමැවුම ප්‍රසාරණය කළ හැකි ය. නිෂ්පාදන න්‍යායේදී සම්ප්‍රදායිකව සලකා බැලෙන්නේ පළමු තත්ත්වයයි.

# පරිමාණානුකූලඵල පිළිබඳ නීති

- දිගුකාලීන නිෂ්පාදන ක්‍රියාවලිය පරිමාණානුකූලඵල පිළිබඳ නීතිවලට (*Laws of Returns to Scale)* යටත් වේ.

- මෙම නීති මගින් යෙදවුම් සහ නිමැවුම අතර ද්‍රව්‍යාත්මක සම්බන්ධතාව පිළිබඳව සලකා බලයි

- ඵලදා නීති *Laws of Returns* හා පරිමාණානුකූලඵල පිළිබඳ නීති *Laws of Returns to Scale* වෙනස් සංකල්ප දෙකකි.

- ඵලදා නීති මගින් අනෙකුත් යෙදවුම් ස්ථාවරව තිබියදී එක් යෙදවුමක ප්‍රමාණය වෙනස් කරන විට නිෂ්පාදනයේ හැසිරීම අධ්‍යයනය කෙරේ.

- පරිමාණානුකූලඵල පිළිබඳ නීති මගින් සියලුම යෙදවුම් වෙනස්කිරීම නිමැවුම කෙරේ බලපාන ආකාරය අධ්‍යයනය කෙරේ.

# පරිමාණානුකූල ඵල 3 ආකාරයකි:

| | |
|---|---|
| ස්ථාවර පරිමාණානුකූල ඵල | සියලුම යෙදවුම් යම් අනුපාතයකින් වැඩි කළ විට නිමැවුම එම අනුපාතයෙන් වැඩිවීම. |
| වැඩෙන පරිමාණානුකූල ඵල | සියලුම යෙදවුම් යම් අනුපාතයකින් වැඩි කළ විට නිමැවුම එයට වැඩි අනුපාතයකින් වැඩිවීම. |
| අඩුවන පරිමාණානුකූල ඵල | සියලුම යෙදවුම් යම් අනුපාතයකින් වැඩි කළ විට නිමැවුම එයට අඩු අනුපාතයකින් වැඩිවීම. |

## මහා පරිමාණ නිෂ්පාදනයේ පිරිමැසුම්

පරිමාණානුකූල ඵලවලට තුඩු දෙන හේතු මොනවා ද?

ආර්ථික විද්‍යාඥයනට අනුව පරිමාණානුකූළ ඵලවලට තුඩු දෙන හේතු පුළුල් වශයෙන් දෙආකාරයකි.

i. ශ්‍රම විභජනය හා විශේෂීකරණය division of labor or specialization

ii. නිෂ්පාදන ක්‍රියාවලිය සම්බන්ධ තාක්ෂණික සාධක technological factors.

නිෂ්පාදනයේ පරිමාණය විශාල වන විට නිෂ්පාදන ආයතනවලට මේ සාධකවල වාසි හිමි වේ.

නිෂ්පාදන ක්‍රියාවලියේදී මෙලෙස හිමිවන වාසි මහා පරිමාණ නිෂ්පාදනයේ පිරිමැසුම් Economies of scale ලෙස හැඳින්වේ.

වැඩෙන පරිමාණානුකූල ඵලවලට හේතුව මේ පිරිමැසුම්වල දායකත්වයයි.

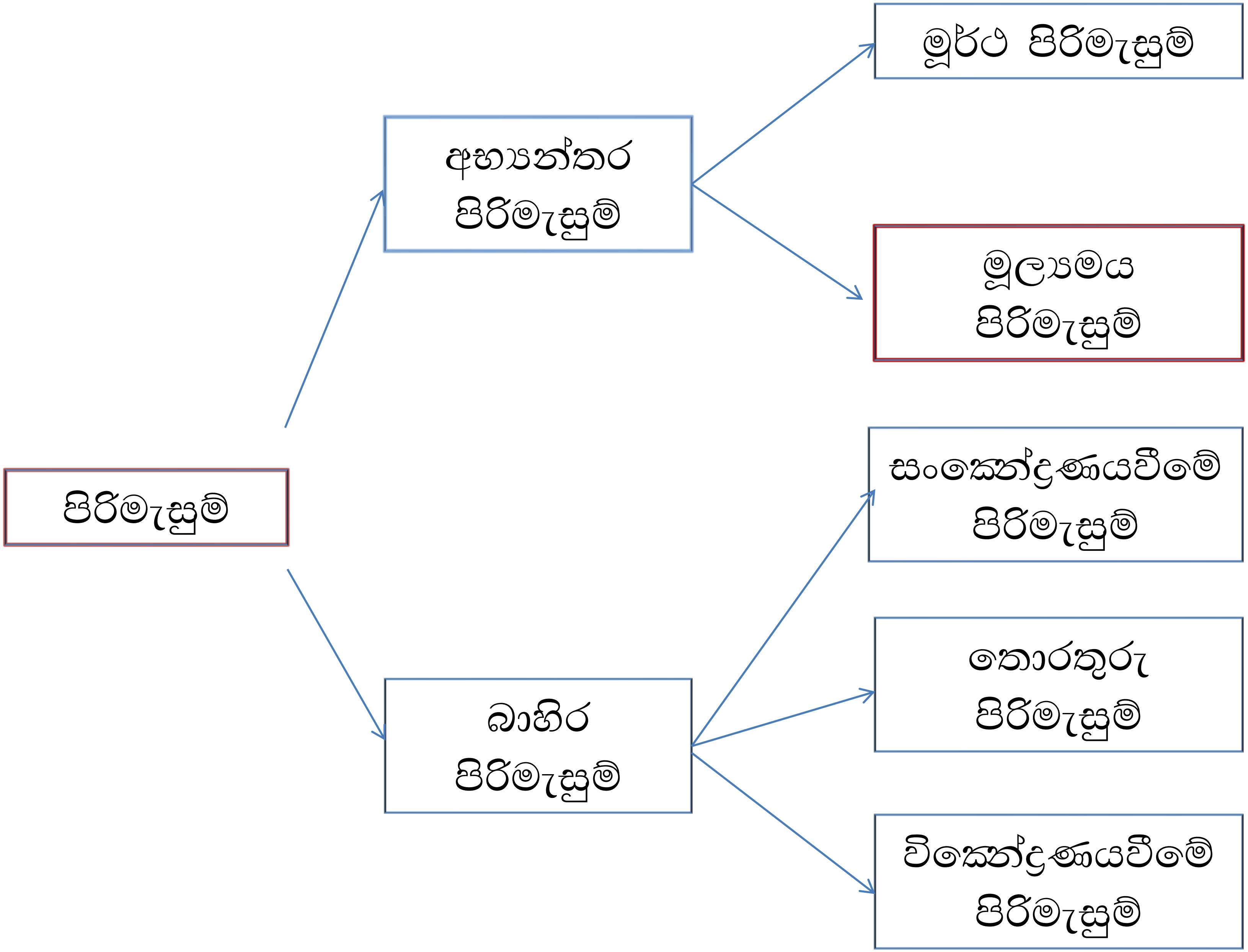
## මහා පරිමාණ නිෂ්පාදනයේ පරිමාණානුකූල අවාසි හෙවත් නොපිරිමැසුම්

- සාධක යෙදවුම් වැඩි කරන විට වැඩෙන පරිමාණානුකූල ඵල ජනනය කෙරෙන මහා පරිමාණ නිෂ්පාදනයේ වාසි අඛණ්ඩව ක්‍රියාත්මක නොවේ. නිෂ්පාදන පරිමාව කළමනාකරණය කළ නොහැකි තරමින් විශාලවන විට අකාර්යක්ෂමතා ඇති වේ.
- තවද, සමහර අත්‍යවශ්‍ය යෙදවුම් ප්‍රමාණවත් තරමින් සපයා ගැනීම අසීරු වේ.
- ආයතනයේ පරිමාව ප්‍රසාරණය වන විට නිෂ්පාදන ක්‍රියාවලියේ ඇති වන අවාසි මහා පරිමාණ නිෂ්පාදනයේ නොපිරිමැසුම් Diseconomies of scale ලෙස හැඳින්වේ.
- අඩුවන පරිමාණානුකූලඵල මේ නොපිරිමැසුම්වල ප්‍රතිඵලයයි.

මහා පරිමාණ නිෂ්පාදනයේ පිරිමැසුම් දෙආකාරයකි:

**i. අභ්‍යන්තර පිරිමැසුම් Internal Economies of Scale**

**ii. භාහිර පිරිමැසුම් External Economies of Scale**


පිරිමැසුම්
අභ්‍යන්තර පිරිමැසුම්
බාහිර පිරිමැසුම්
මූර්ථ පිරිමැසුම්
මූල්‍යමය පිරිමැසුම්
සංකේන්ද්‍රණයවීමේ පිරිමැසුම්
තොරතුරු පිරිමැසුම්
විකේන්ද්‍රණයවීමේ පිරිමැසුම්

# අභ්‍යන්තර පිරිමැසුම්

- අනෙකුත් ආයතනවල ක්‍රියාවලින් ස්වායත්තව සළකා බලන ආයතනයට පමණක් සීමා වූ පිරිමැසුම්.

- මේ වාසි අත්කර ගත හැක්කේ නිමැවුම ප්‍රසාරණය කිරීමෙන්ම පමණකි.

## මූර්ත පිරිමැසුම් Real Economies of Scale

- නිමැවුම ප්‍රසාරණය වන විට නිමැවුමේ වැඩිවීමට සාපේක්ෂව භාවිතවන විවිධ ස්වරූපයේ යෙදවුම්වල ප්‍රමාණය, අමුද්‍රව්‍යවල ප්‍රමාණය, ශ්‍රම ප්‍රමාණය, විවිධ ප්‍රාග්ධන උපකරණවල ප්‍රමාණ අඩුවීම.

මූර්ථ පිරිමැසුම්වල ආකාර කිහිපයකි:

- ශ්‍රම පිරිමැසුම් Labor Economies
- තාක්ෂණික පිරිමැසුම් Technical Economies
- තොග පිරිමැසුම් Inventory Economies
- අලෙවි පිරිමැසුම් Marketing Economies – (Adver., Sole dis., R&D)
- කළමනාකරණ පිරිමැසුම් Managerial Economies
- ප්‍රවාහන හා ගබඩා කිරීමේ පිරිමැසුම් Transport & storage Economies

## Labor Economies

Increase in scale of production results into the following Economies of Labor:

- Specialization
- Time Saving
- New Inventions
- Automation of Production Process

## Technical Economies

These Economies influence the size of the firm. These result from greater efficiency of the capital goods employed by the firm. These are following types:

- Economies of increased dimensions
- Economies of linked processes
- Economies of use of by-product.

## Inventory Economies

A large-sized firm enjoys several types of Inventory Economies such as:

- Large stock of raw materials
- Large stock of spare parts & small tools

As such there is no fear of stoppage of production.

## Marketing Economies

A large-sized firm enjoys several types of Marketing Economies such as:

- Economies on account of advertisement
- Appointment of sole distributers & Authorized dealers
- Economies of account of Research and Development

All these enables the firm to produce quality Products.

## Managerial Economies

With the increase in production, management cost will reduce as a result of:

- Appointment of Efficient and Talented Managers,
- Decentralization of Task.

## Transport and Storage Economies

- Own transportation system
- Own storage and go-down facilities

With these, the firm/producer is able to sell its product at the opportunity time and at favorable price.

# මූල්‍යමය පිරිමැසුම Pecuniary Economies of Scale

නිෂ්පාදන පරිමාව ප්‍රසාරණය වන විට යෙදවුම් විශාල තොග වශයෙන් මිලදී ගන්නා නිසා අඩු මිලකට ගත හැකිවීමත් බෙදාහැරීම් වියදම අඩුවීමත් නිසා ඇතිවන මූල්‍යමය පිරිමැසුම්.

උදාහරණ:

- අමුද්‍රව්‍ය අඩුමිලට ලබා ගතහැකි වීම,
- මූල්‍ය ආයතනවලින් සහනදායී ණය ලබාගත හැකිවීම,
- වෙළෙඳ දැන්වීම් හා ප්‍රචාරණ කාර්යයේදී වට්ටම් ලැබීම.

# බාහිර පිරිමැසුම් External Economies of Scale

කර්මාන්තයේ සියලුම ආයතනවලට කිසිදු බාධාවකින් තොරව ප්‍රවිශ්‍ය විය හැකි පහසුකම් හා ප්‍රතිලාභ.
පහත දැක්වෙන පරිදි තුන් ආකාරයකි:

- සංකේන්ද්‍රණය වීමේ පිරිමැසුම් Economies of Concentration
- තොරතුරු පැවතීමේ පිරිමැසුම් Economies of Information
- අනනුකලනයේ පිරිමසුම් Economies of Disintegration

## සංකේන්ද්‍රණය වීමේ පිරිමැසුම්

ආයතන ගණනාවක් එක් තැනක ස්ථානගත වන විට එමගින් පොදුවේ වාසි ගණනාවක් අත්වේ.

- දියුණු හා කාර්යක්ෂම සන්නිවේදන හා ප්‍රවාහන පහසුකම් ඇතිවීම
- පුහුණු ශ්‍රමය සැපයීම
- අදාළ කර්මාන්තය හා සම්බන්ධ නවෝත්පාදන ඇතිවීම යනාදිය.

## තොරතුරු පිරිමැසුම්

කර්මාන්තයේ ආයතන සංඛ්‍යාව විශාල වන විට ආයතන හා නිෂ්පාදන පිළිබඳ තොරතරු සැපයීමට සමූහිකව විවිධ කටයුතු කළ හැකිවීම.

උදා: ආයතන හා ඒවායේ නිෂ්පාදන සම්බන්ධ තොරතුරු සැපයෙන සඟරා සහ ප්‍රකාශන එළිදැක්වීම

## අනනුකලනයේ වීමේ පිරිමැසුම්

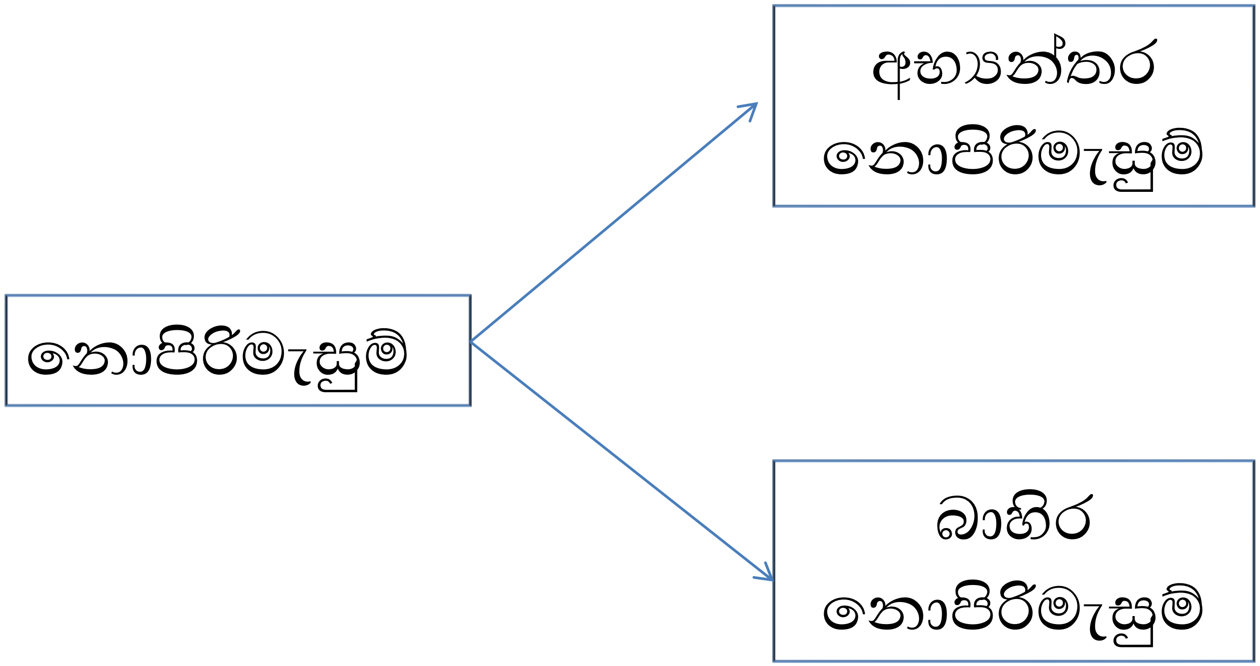
කර්මාන්තයක් ප්‍රසාරණය වන විට නිෂ්පාදන ක්‍රියාවලිය එම ආයතන අතර බෙදා ගැනීමට අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් එකඟතා ඇති කර ගත හැකි ය. ඒ අනුව එක් එක් ආයතනය යම් එක් අයිතමයක් සම්බන්ධයෙන් විශේෂීකරණය වේ.

# මහා පරිමාණ නිෂ්පාදනයේ නොපිරිමැසුම්

ආයතනයක් එහි පරිමාව ප්‍රසාරණය කරන විට යම් යම් අවාසිවලට මුහුණදීමට සිදුවේ. ඒවා **නොපිරිමැසුම්** Diseconomies of Scale ලෙස හැඳින්වේ.

අඩුවන පරිමාණානුකූලඵල, ආයතනයේ ප්‍රසාරණයේ යම් අවස්ථාවකින් පසු ඇතිවන මේ අවාසිවල ප්‍රතිඵලයයි.

නොපිරිමැසුම් දෙආකාරයකි:



# අභ්‍යන්තර නොපිරිමැසුම්

- ආයතනයක් යම් පරිමාවක් ඉක්මවා සිය නිමැවුම ප්‍රසාරණය වන විට අභ්‍යන්තර නොපිරිමැසුම් ඇති වේ.

- අභ්‍යන්තර නොපිරිමැසුම් අදාළ ආයතනයට පමණක් සීමාවේ. කර්මාන්තයේ අනෙකුත් ආයතනවලට බලපෑමක් නැත.

- අභ්‍යන්තර නොපිරිමැසුම් ජනනය කෙරෙන සාධක දෙකකි:

    - කළමනාකරණය අසීරු වීම
    - තාක්‍ෂණික දුෂ්කරතා

## බාහිර නොපිරිමැසුම්

එක් එක් ආයතනයේ පරිමාවේ ඇති වෙනස්කම්වලින් පරිබාහිරව කර්මාන්තයේ හැම ආයතනයකටම මුහුණදීමට සිදුවේ.

නිදසුන්:
ආයතන රාශියක් එක් තැනෙක ස්ථානගතවීම නිසා ප්‍රවාහන දුෂ්කරතා ඇතිවීම, වාහන තදබදය යනාදිය නිසා ප්‍රවාහන පිරිවැය ඉහළ යාම.

# සමනිෂ්පාදිත වක්‍ර විශ්ලේෂණය Iso-quant Analysis of Production

දිගුකාලීන නිෂ්පාදන ක්‍රියාවලියේදී ආයතනවල/නිෂ්පාදකයන්ගේ හැසිරීම සමනිෂ්පාදිත වක්‍ර විශ්ලේෂණය ඇසුරින් විග්‍රහ කෙරේ.

උපකල්පන:

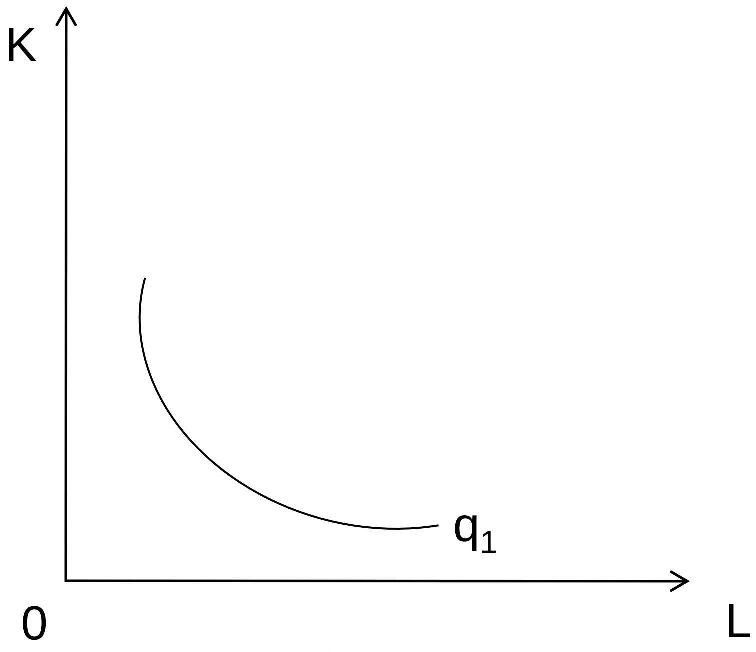
- නිෂ්පාදකයන් තාර්කික වේ
- නිමැවුම මට්ටම නොවෙනස්ව පවතී
- යෙදවුම් විභේදනය කළ හැකි අතර එකිනෙක හා ආදේශ කළ හැකි ය.

සමනිෂ්පාදිත වක්‍ර

- වගුවක්
- ප්‍රස්ථාරයක් හෝ
- වීජීය සමීකරණයක ආකාරයෙන් දැක්විය හැකි ය

යෙදවුම් දෙකක් සහිත නිෂ්පාදන ක්‍රියාවලියකට අදාළ සම නිෂ්පාදිත වක්‍රය
$q = f(L,K) = k$

# ප්‍රස්ථාරික නිරූපණය




සමනිෂ්පාදිත වක්‍රය

*"සමාන නිමැවුම මට්ටමක් ලබා දෙන විවිධ සාධක සංයෝග දක්වන ලක්ෂ්‍යවල පථය".*

සාධක අතර ආදේශනයේ හැකියාව මත සමනිෂ්පාදිත වක්‍ර ඉහත දැක්වෙන පරිදි මූලයට උත්තල හෝ සරල රේඛාවක් හෝ සෘජුකෝණී හැඩයක් හෝ ගත හැකි ය.

## සමතුලිතය: ප්‍රශස්ථ සාධක සංයෝගය නිර්ණය කිරීම

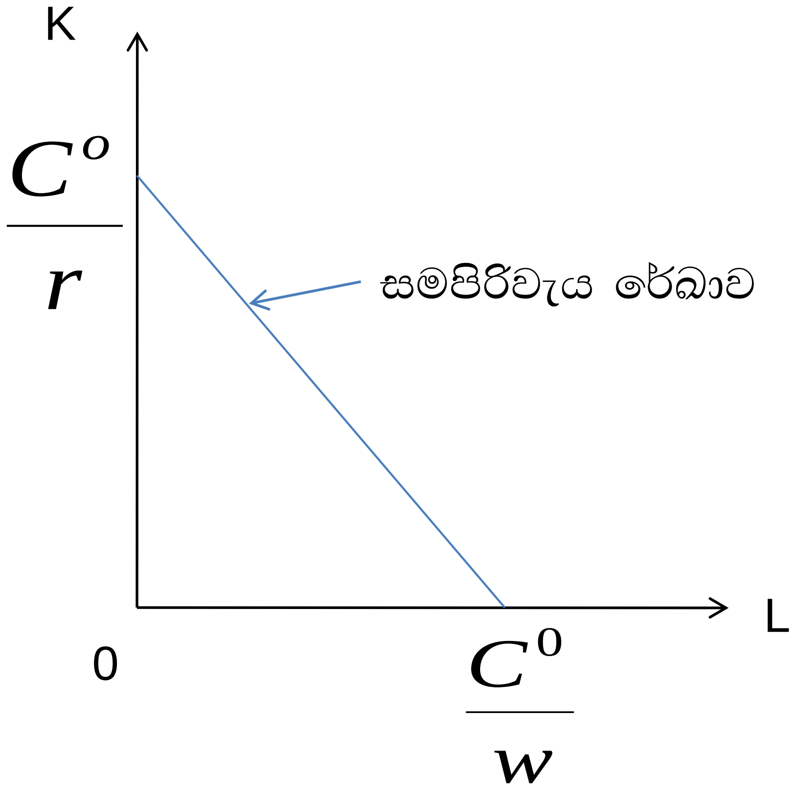
දෙනු ලැබූ නිමැවුම් මට්ටම ලබා ගැනීමට භාවිත කරන ප්‍රශස්ථ සාධක සංයෝගය කුමක්ද?

මෙම තීරණය ගැනීමට නිෂ්පාදකයාගේ පැහැදම හා සාධක මිල පිළිබඳ තොරතුරු අවශ්‍ය වේ.

නිෂ්පාදකයාගේ පැහැදම $C^0$ (ආයෝජනය කරන මුදල් ප්‍රමාණය) ද L හා K සාධකවල මිල පිළිවෙළින් $w$ හා $r$ ද වේ යැයි සිතමු. $C^0$, $w$ හා $r$ නියත වේ.

නිෂ්පාදකයාගේ අයවැය සමීකරණය සමපිරිවැය සමීකරණය ආකාරයෙන් දැක්විය හැකි යː

$$C^0 = wL + rK$$




සමපිරිවැය රේඛාවේ බෑවුම = $\frac{w}{r}$

මේ තොරතුරු සපයා ඇති විට නිෂ්පාදකයාට ප්‍රශස්ත සාධක සංයෝගය දෙආකාරයකට නිශ්චය කළ හැකි ය:

i. සංරෝධක සහිත නිමැවුම් උපරිමකරණය i.e. දෙනු ලැබූ පිරිවැයක් සඳහා නිමැවුම උපරිම කිරීම.

ii. සංරෝධක සහිත පිරිවැය අවමකරණය, i.e. දෙනු ලැබූ නිමැවුමක් සඳහා පිරිවැය අවම කිරීම

ප්‍රශස්ථකරණයේදී පොදුවේ පහත උපකල්පන යොදා ගැනේ:

i. ලාභ උපරිමකරණය, i.e. TR හා TC අතර වෙනස උපරිම කිරීම.

$$\Pi = TR - TC$$

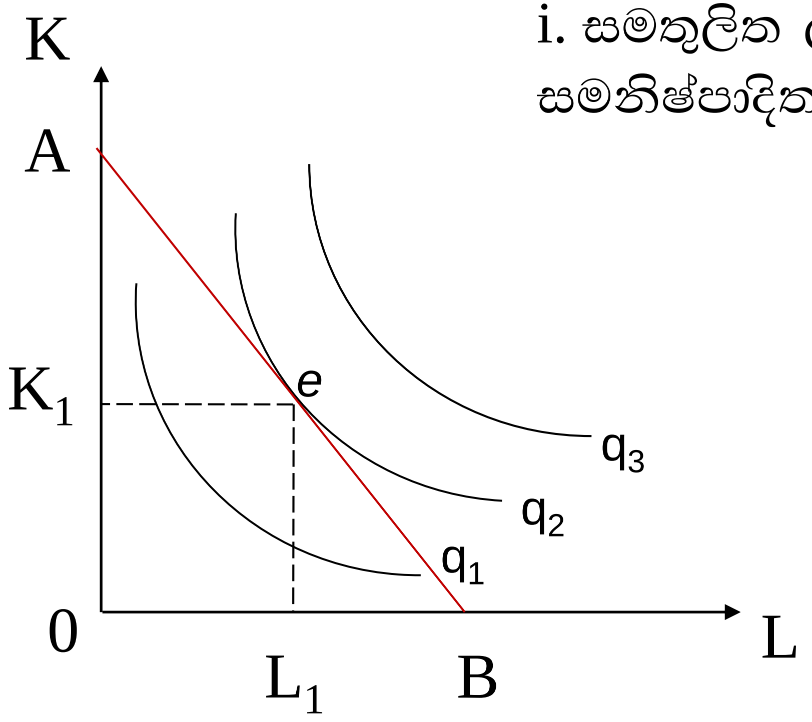
ii. නිමැවුමේ මිල ස්ථාවරය

iii. සාධක මිල ස්ථාවරය

# සංරෝධක සහිත නිමැවුම උපරිමකරණය - ප්‍රස්ථාරික නිරූපණය

නිෂ්පාදන ශ්‍රිතය Q = *f*(L,K) ද L හා K යෙදවුම්වල මිල ගණන් පිළිවෙළින් *w* හා *r* ද වේ.

සමපිරිවැය රේඛාව හැකි ඉහළම සමනිෂ්පාදිත වක්‍රය ස්පර්ශ කරන ලක්ෂ්‍යය සමතුලිත ලක්ෂ්‍යයයි.




**සමතුලිත කොන්දේසි:**

i. සමතුලිත ලක්ෂ්‍යයේදී

සමනිෂ්පාදිත වක්‍රයේ බෑවුම = පිරිවැය රේඛාවේ බෑවුම

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r}$$

ii. සමතුලිත ලක්ෂ්‍යයේදී සමනිෂ්පාදිත වක්‍රය මූලය දෙසට උත්තලවේ.

## සමතුලිත කොන්දේසි - ගණිතමය ප්‍රවේශය

පිරිවැය සංරෝධකයට යටත්ව නිමැවුම උපරිම කිරීම උපරිමකරණ ගැටළුවක ආකාරයෙන් පඩිමත්ව දැක්වීම:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Maximize | $q = f(L,K)$ | ← | Objective function |
| Subject to | $C^0 = wL + rK$ | ← | Constraint |

සංරෝධක සහිත ප්‍රශස්ථකරණ ගැටළුව සඳහා වූ විසඳුම උපරිම නිමැවුම මට්ටම ලබා දෙන ප්‍රශස්ථ සාධක සංයෝගය නිශ්චය කරයි.

ලාග්‍රාන්ජ් ගුණක ක්‍රමය භාවිතයෙන් මෙම ගැටළුව විසඳිය හැකි ය. එහි පියවර පහත දැක්වේ:

**පියවර 1. සංරෝධකය සැකසීම**

$$C^0 - wL - rK = 0$$

පියවර 2. සංරෝධකය ලාග්‍රාන්ජ් ගුණකයෙන් ($\lambda$) ගුණ කිරීම:

$$\lambda(C^0 - wL - rK) = 0$$

λ අර්ථ දක්වන්නේ මුදල් වියදමේ ආන්තික දායකත්වය හෝ මුදලේ ආන්තික ඵලදාව වශයෙනි.

## පියවර 3. සංයුක්ත ශ්‍රිතය ගොඩනැංවීම:

$$z = q + \lambda(C^o - wL - rK)$$

උපරිමකරණය සඳහා පළමු සණයේ කොන්දේසිය සඳහා සංයුක්ත ශ්‍රිතයේ L, K හා λ විෂයෙහි ආංශික අවකල ශූන්‍යයට සමාන විය යුතු ය.

$$\frac{\partial z}{\partial L} = \frac{\partial q}{\partial L} - \lambda w \quad = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial z}{\partial K} = \frac{\partial q}{\partial K} - \lambda r \quad = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \lambda} = C^0 - wL - rK = 0 \qquad (3)$$

(1) සමීකරණය λ සඳහා විසඳීමෙන්

$$\lambda = \frac{\partial q / \partial L}{w} = \frac{MP_L}{w}$$

$$\lambda = \frac{\partial q / \partial K}{r} = \frac{MP_K}{r}$$

මෙම සමීකරණ දෙක එකිනෙකට සමාන වේ.

$$\therefore \quad \frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r} \quad or \quad \frac{MP_L}{MP} = \frac{w}{r}$$

මෙය උපරිමකරණය සඳහා වන පළමු ඝණයේ කොන්දේසියයි

දෙවැනි ගණයේ කොන්දේසි තෘප්තවීමට ප්‍රස්ථරිකව ආන්තික ඵලදාව (ඵලදා වක්‍රවල බෑවුම) ඍණ විය යුතු ය.

ආන්තික ඵලදා වක්‍රවල බෑවුම නිෂ්පාදන ශ්‍රිතයේ දෙවැනි අවකලන සංගුණකයෙන් ලැබේ.

$$\frac{\partial^2 q}{\partial L^2} < 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 q}{\partial K^2} < 0$$

සමඟ

$$\left(\frac{\partial^2 q}{\partial L^2}\right)\left(\frac{\partial^2 q}{\partial K^2}\right) > \left(\frac{\partial^2 q}{\partial L \partial K}\right)^2$$

බෝඩර් හේසියන් නිශ්චායකය (boarder Hessian determinant) දෙවැනි ගණයේ කොන්දේසිය පරීක්ෂා කිරීම සඳහා විකල්ප නිර්ණායකයකි.

$$|H| = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & -w \\ f_{21} & f_{22} & -r \\ -w & -r & 0 \end{vmatrix} > 0$$

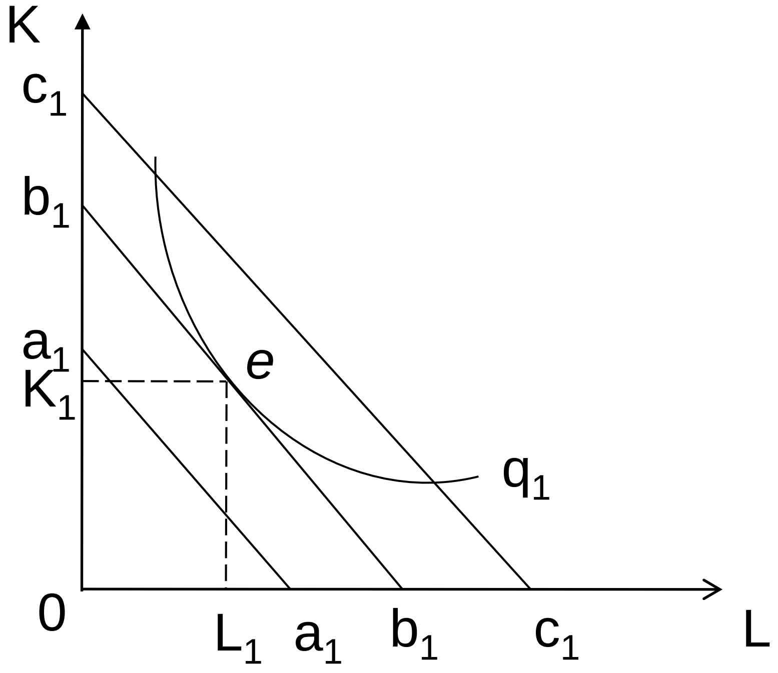
$f_{ij}$'s are the partial derivatives of the z.

# සංරෝධක සහිත පිරිවැය අවමකරණය – ප්‍රස්ථාරික ප්‍රවේශය

මෙය නිමැවුම උපරිමකරණයේ ද්විතයයි.

දෙනු ලැබූ නිමැවුම මට්ටමක් සඳහා අවම පිරිවැය සාධක සංයෝගය මෙහිදී නිර්ණය කෙරේ.

සමතුලිතය සඳහා නිශ්චය කළ නිමැවුම මට්ටම දැක්වෙන සමනිෂ්පාදිත වක්‍රය විකල්ප සම පිරිවැය රේඛා අතුරින් හැකි අවම සමපිරිවැය රේඛාව ස්පර්ශ කළ යුතු ය.



නිශ්චය කළ නිමැවුම මට්ටම දැක්වෙන සමනිෂ්පාදිත වක්‍රය ස්පර්ශ $b_1$-$b_1$ සමපිරිවැය රේඛාව ස්පර්ශ කරන *e* ලක්ෂ්‍යය සමතුලිත ලක්ෂ්‍යයයි.

*e* ලක්ෂ්‍යයට පහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍ය අඩු පිරිවැය මට්ටමක් නිරූපණය කළ ද ඒවායින් නිශ්චය කළ නිමැවුම මට්ටම ($q_1$) ලබා ගත නොහැකි ය.

*e* ලක්ෂ්‍යයට ඉහළින් පිහිටි ලක්ෂ්‍ය වැඩි පිරිවැය මට්ටමක් නිරූපණය කරයි. එම නිසා අවම පිරිවැය ලක්ෂ්‍යය වන්නේ *e* ය.

*e ලක්ෂ්‍යයේදී සම නිෂ්පාදිත වක්‍රයේ බෑවුම* = සමපිරිවැය රේඛාවේ බෑවුම

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r} = MRTS_{L,K}$$

$$\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r}$$

මෙය නිමැවුම් උපරිමකරණයේ පළමු කොන්දේසියට අනන්‍ය වේ.

## සංරෝධක සහිත පිරිවැය අවමකරණය – ගණිතමය ප්‍රස්ථාරික ප්‍රවේශය

අරමුණු ශ්‍රිතය $C = wL + rK$

සංරෝධකය $q^0 = f(L,K)$

$q^0$ නිමැවුම ලබා ගැනීම සඳහා අවම පිරිවැය සාධක සංයෝගය නිර්ණය කිරීම නිෂ්පාදකයාගේ අරමුණයි.
ප්‍රශස්ථ සාධක සංයෝගය නිශ්චය කිරීමට නිෂ්පාදකයා නිමැවුමේ සංරෝධකයට යටත්ව නිෂ්පාදන පිරිවැය අවම කළ යුතු ය.

Minimize $C = wL + rK$
Subject to $q^0 = f(L,K)$

ලාග්‍රාන්ජියන් (සංයුත) ශ්‍රිතය,

$$\Phi = (wL + rK) + \mu[q^0 - f(L,K)]$$

පිරිවැය අවමකරණයේ පළමු කොන්දේසිය සඳහා K, L හා μ විෂයෙහි Φ ශ්‍රිතයේ ආංශික අවකල ශූන්‍යයට සමාන විය යුතු ය.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L} = w - \mu \frac{\partial f(L,K)}{\partial L} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial K} = r - \mu\left(\frac{\partial f(L,K)}{\partial K}\right) = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = q^0 - f(L,K) = 0 \qquad (3)$$

(1) හා (2) සමීකරණවලින්

$$w = \mu \frac{\partial q}{\partial L} \quad \text{and} \quad r = \mu \frac{\partial q}{\partial K}$$

පළමු ප්‍රකාශනය දෙවැනි ප්‍රකාශනයෙන් බෙදීමෙන්

$$\frac{w}{r} = \frac{\partial q/\partial L}{\partial q/\partial K} = MRTS_{L,K}$$ ← First order condition

පිරිවැය අවමකරණයේ දෙවැනි සණයේ කොන්දේසි නිමැවුම උපරිමකරණයේ දෙවැනි සණයේ කොන්දේසිවලට සමානය.

$$\frac{\partial^2 q}{\partial L^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 q}{\partial L^2} < o \quad and \quad \left(\frac{\partial^2 q}{\partial L^2}\right)\left(\frac{\partial^2 q}{\partial K^2}\right) > \left(\frac{\partial^2 q}{\partial L \partial K}\right)^2$$

OR

$$|H| = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & -w \\ f_{21} & f_{22} & -r \\ -w & -r & 0 \end{vmatrix} > 0$$

# පැහැදම වෙනස්වීම සමතුලිතයට ඇති කරන බලපෑම

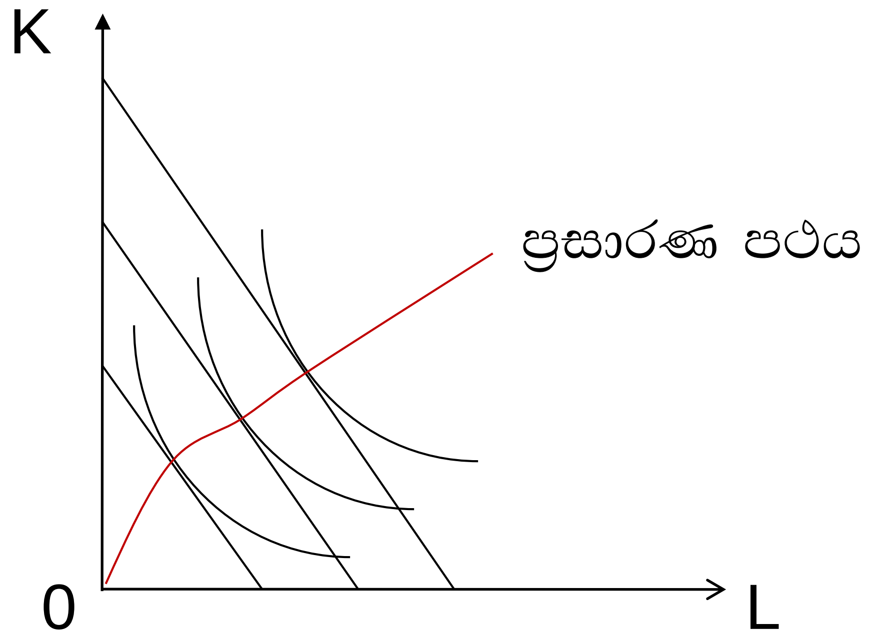
සාධක මිල හා/හෝ පැහැදම වෙනස්වීම පිරිවැය සංරෝධකයට බලපාන නිසා සමතුලිතය වෙනස් වේ.

සාධක මිල ස්ථාවරව තිබියදී පැහැදම වැඩි වූයේ යැයි සිතමු.

සමපිරිවැය රේඛාව සමාන්තරව ඉහළට විතැන් වන අතර ඉහළින් පිහිටි සමනිෂ්පාදිත වක්‍රයක් ස්පර්ශවන ලක්ෂ්‍යයේදී සමතුලිත වේ.

මෙලෙස පැහැදම ඉහළ යන විට සමපිරිවැය රේඛාව ද සමාන්තරව ඉහළට විතැන්වන අතර ඉහළින් පිහිටි සමනිෂ්පාදිත වක්‍ර ස්පර්ශවන ලක්ෂ්‍යවලදී නව සමතුලිතය තීරණය වේ.

මේ සමතුලිත ලක්ෂ්‍ය යාකිරීමෙන් ගොඩනැංවෙන රේඛාව හෝ වක්‍රය ප්‍රසාරණ පථය ‘expansion path’ලෙස හැඳින්වේ.

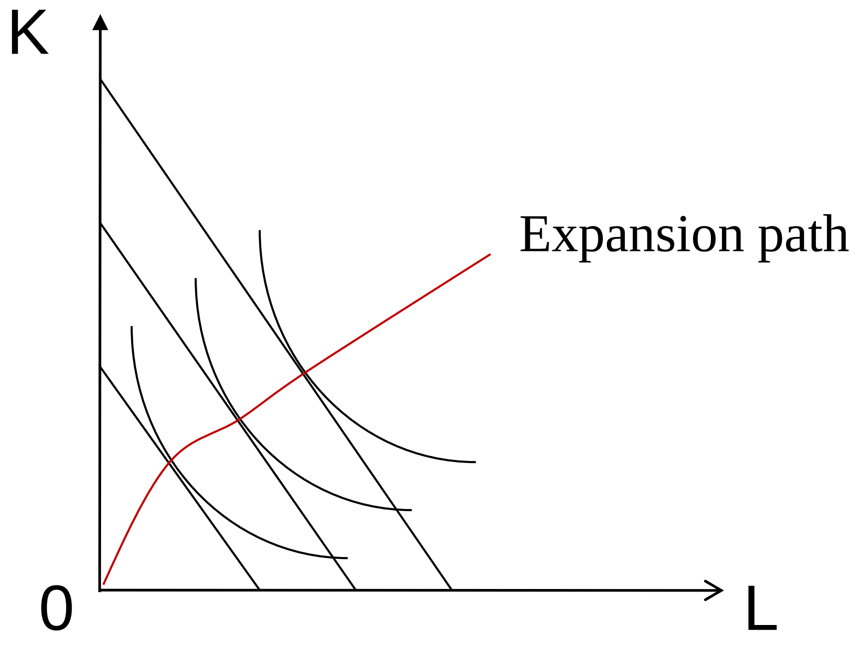



ප්‍රසාරණ පථය ‘පැහැදම වැඩිවන විට සමතුලිතය වෙනස්වන අකාරය දක්වන ලක්‍ෂ්‍යවල පථය’ වශයෙන් අර්ථ දැක්විය හැකි ය.

ප්‍රසාරණ පථය න්‍යායාත්මක විග්‍රහයේදී මෙන්ම ප්‍රයෝගික භාවිතයේදී ද වැදගත් සංකල්පයකි. සාධක මිල නොවෙනස්ව තිබියදී පැහැදම වැඩිවන විට සාධක සමානුපාතය වෙනස්වන ආකාරය එයින් නිරූපණය කෙරේ.

පැහැදම වැඩිවන විට ස්ථාවර සාධක සමානුපාතයක් පවත්නා බව නිරූපණය කරමින් රේඛීය සමජාතීය නිෂ්පාදන ශ්‍රිතවලට අදාළ ප්‍රසාරණ පථය මූලයෙන් ආරම්භ වන සරල රේඛාවකි.

නිෂ්පාදනයේ විවිධ අවධිවලදී විවිධ සාධක සමානුපාතයන් නිරූපණය කරමින් සමජාතීය නොවන නිෂ්පාදන ශ්‍රිතයට අදාළ ප්‍රසාරණ පථය වක්‍රයක් වනු ඇත.




Expansion path can be interpreted as ‘*the locus of all equilibrium points when expenditure on inputs increases keeping input prices constant*’.

It shows the change of optimum factor combination when a firm expands its level of output at the given factor prices.

The expansion path is a very useful concept. It gives an idea of how input proportion changes with increases in expenditure of producer, input prices being constant.

Along the EP,

slope of iso-product curve = slope of iso-cost line

$$MRTS_{LK} = w/r$$

Expansion path for a linear homogeneous PFs will be a straight line showing constant proportion of the input used while increasing the level of output.

Expansion path for a non-homogeneous PFs will be a curve showing different factor proportions at different stages of production.

Derive the expansion path of the following function

$Q = AK^{0.5}L^{0.5}$

This is a linear homogenous PF. Why?

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L}$$

$$= 0.5AK^{0.5}L^{-0.5}$$

$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K}$$

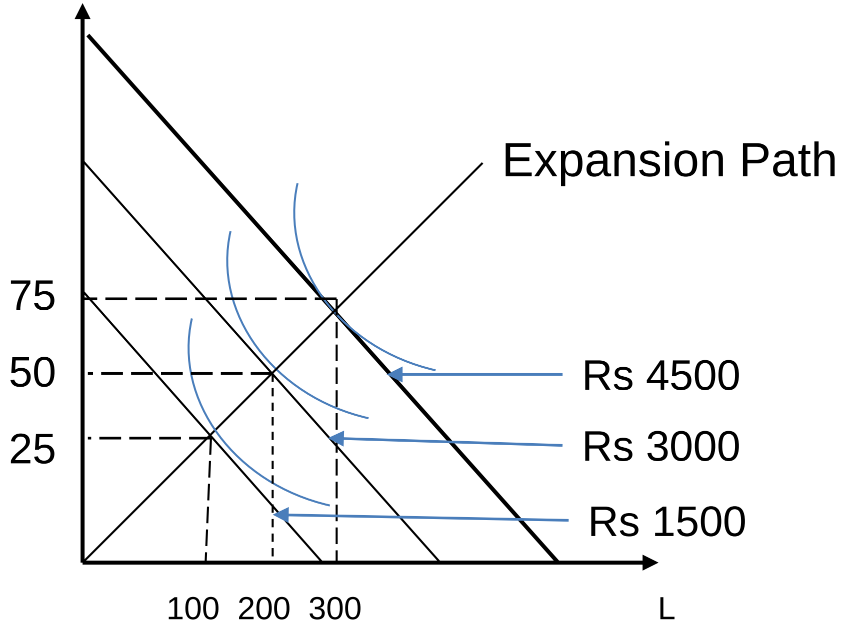
$$= 0.5AK^{-0.5}L^{0.5}$$

$$MRTS_{LK} = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{0.5AK^{0.5}L^{-0.5}}{0.5AK^{-0.5}L^{0.5}} = \frac{K}{L}$$

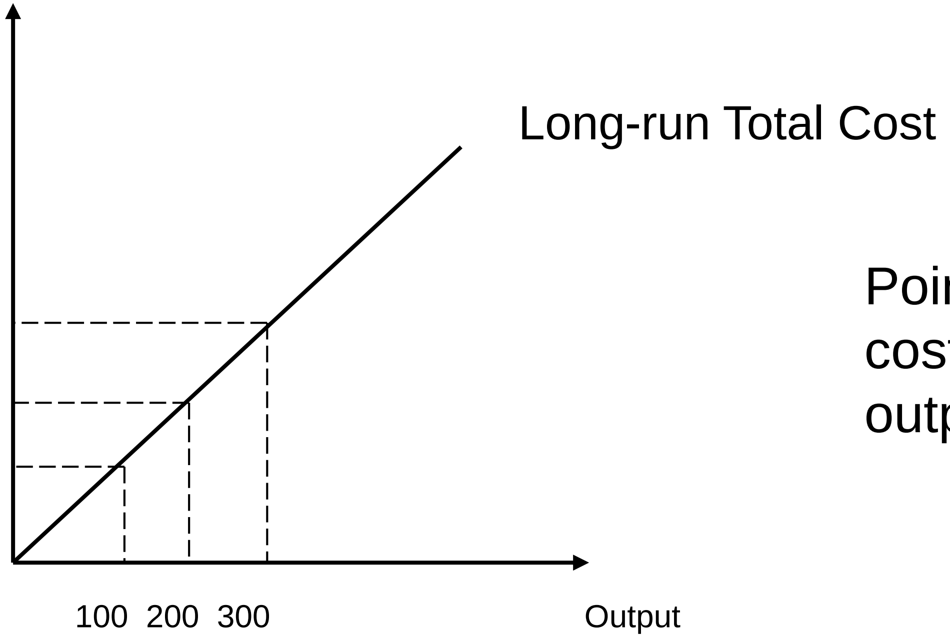
Since at optimal factor combination on EP, $MRTS_{LK}=w/r$

$$K/L = w/r$$

Given the factor prices, K/L ratio remain constant. Hence the EP is a straight line from the origin.




Expansion Path illustrates the lowest-cost combinations of L and K that can be used to produce each level of output in the long-run.




Points of TC measures the least cost of producing each level of output.

# යෙදවුමක මිල වෙනස්වීම - අනෙකුත් සාධක ස්ථාවරව තිබියදී

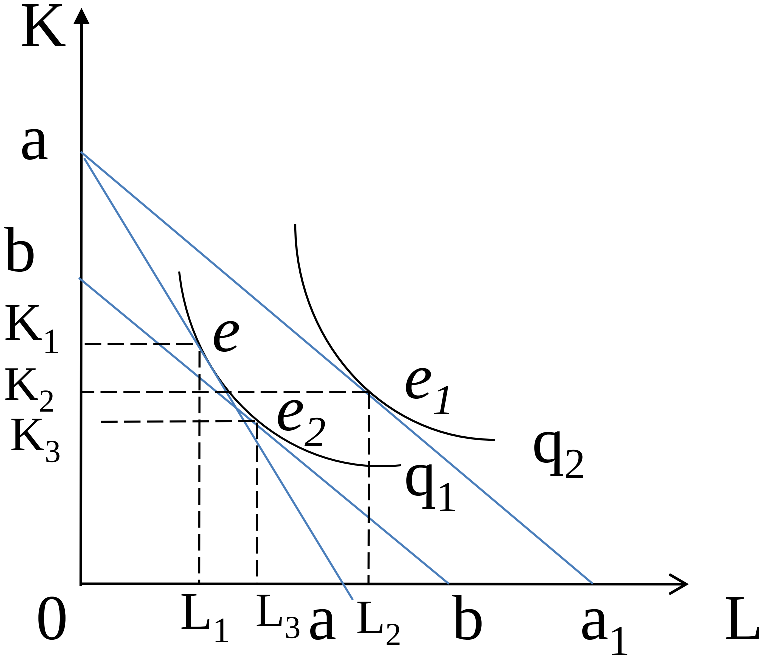
අනෙකුත් සාධක ස්ථාවරව තිබියදී යෙදවුම් මිල වෙනස්වන විට සමපිරිවැය රේඛාව සාධක මිල වෙනස්වීමට අනුරූපව ඉහළට හෝ පහළට විතැන් වේ. ඒ අනුව සමතුලිතය (ප්‍රශස්ථ සාධක සංයෝගය) ද වෙනස් වේ.

පැහැදම හා K සාධකයේ මිල නොවෙනස්ව තිබියදී L සාධකයේ මිල අඩු වූයේ යැයි සිතමු.

සමපිරිවැය රේඛාව L සාධකය දැක්වෙන අක්ෂය දිගේ දකුණට දෝලනය වේ. මිල පහළ යාම නිසා නිෂ්පාදකයාට පෙරදී මිලට ගත් ප්‍රමාණයට වැඩි ශ්‍රම ඒකක ප්‍රමාණයක් මිලට ගත හැකි ය.

දෝලනය වූ අයවැය රේඛාව ඉහළින් පිහිටි සමනිෂ්පාදිත වක්‍රයක් හා ස්පර්ශවන ලක්ෂ්‍යයකදී නිෂ්පාදකයා සමතුලිත වේ.

සමපිරිවැය රේඛාව දෝලනයවීම L සාධකයේ මිල අඩුවීමත් සමඟ දිගින් දිගටම සිදුවන අතර ඒ අනුව සමතුලිතය ද ක්‍රමයෙන් ඉහළින් පිහිටි සමනිෂ්පාදිත වක්‍ර කරා ගමන් කරයි.




L සාධකයේ මිල අඩුවීම නිසා සමතුලිතය $e$ සිට $e_1$ දක්වා වැඩි නිමැවුම් මට්ටමක් නිරූපණය කරන ($q_2 > q_1$), ඉහළින් පිහිටි සමනිෂ්පාදිත වක්‍රයකට ගමන් කර ඇත.

එහි ප්‍රතිඵල වශයෙන් ප්‍රශස්ථ සාධක සංයෝගය ද ($K_1L_1$) සිට ($K_2L_2$) දක්වා වෙනස්වී ඇත. සාධකයේ භාවිතය $L_1$ සිට දක්වා $L_2$ වැඩිවී ඇත. මෙය L සාධකයේ මිල අඩුවීමේ මුළු ප්‍රතිවිපාකයයි.

## Total Effect = Substitution Effect + Output Effect

*ආදේශන ප්‍රතිවිපාකය:* අනෙකුත් සාධක ස්ථාවරව තිබියදී එක් යෙදවුමක මිල අඩු වූ විට එම යෙදවුම මිල වෙනස් නොවූ යෙදවුම් සඳහා ආදේශ කිරීමට නිෂ්පාදකයන් පෙළඹේ. නිමැවුම පළමු මට්ටමේම තිබියදී L යෙදවුමේ ප්‍රමාණය මෙලෙස ඉහළ යාම එම යෙදවුමේ මිල අඩුවීමේ ආදේශන ප්‍රතිවිපාකයයි.

ආදේශන ප්‍රතිවිපාකය හැම විටම යෙදවුම් මිල වෙනස්වීමට ප්‍රතිලෝම වේ. මිල අඩුවන විට යෙදවුමේ භාවිතය ඉහළ යන අතර මිල ඉහළ යන විට භාවිතය අඩු වේ.

*නිමැවුම් ප්‍රතිවිපාකය: යෙදවුම් මිල නොවෙනස්ව තිබියදී නිමැවුම මට්ටම වෙනස්වීම නිසා යෙදවුම් භාවිතය වෙනස්වීම, L යෙදවුමේ මිල වෙනස්වීමේ නිමැවුම් ප්‍රතිවිපාකයයි. මෙම ප්‍රතිවිපාකය යෙදවුම් මිල වෙනස්වීමට අනුලෝම වේ.*

ඉහත ප්‍රස්ථාරට අනුව

$L_1$-$L_2$ = total effect

$L_1$-$L_3$ = substitution effect

$L_3$-$L_2$ =output effect

# තාක්ෂණික ප්‍රගතිය Technical Progress

තාක්ෂණය ස්ථාවර යැයි උපකල්පනය කරයි.

තාක්ෂණය ගතික ප්‍රපංචයකි. විද්‍යාත්මක දැනුම ගවේෂණය හා භාවිතය ද නව සොයා ගැනීම් ද නිසා තාක්ෂණය කාලයත් සමඟ වෙනස් වේ.

මෙහි ප්‍රතිඵල ලෙස,

- වඩාත් කාර්යක්ෂම නිෂ්පාදන විධි ගොඩනැංවීම
- ගුණාත්මක බවින් ඉහළ යෙදවුම් උපයෝජනය.

e.g. නවීන යන්ත්‍රෝපකරණ නිපදවීම,

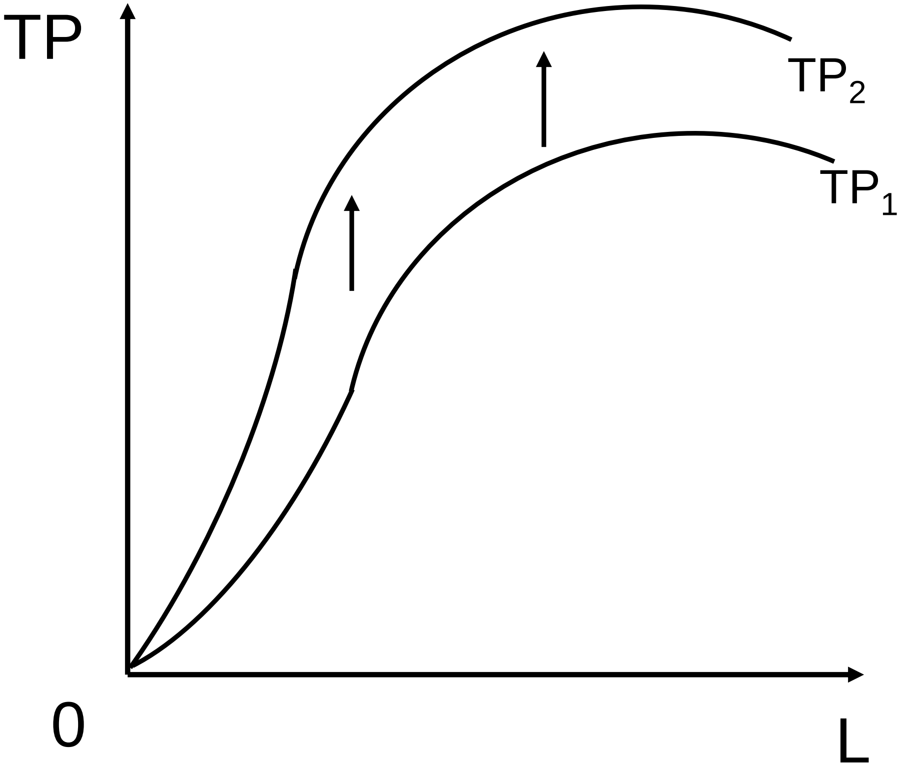
ශ්‍රමිකයන්ගේ ගුණාත්මක බව වැඩිදියුණුවීම,

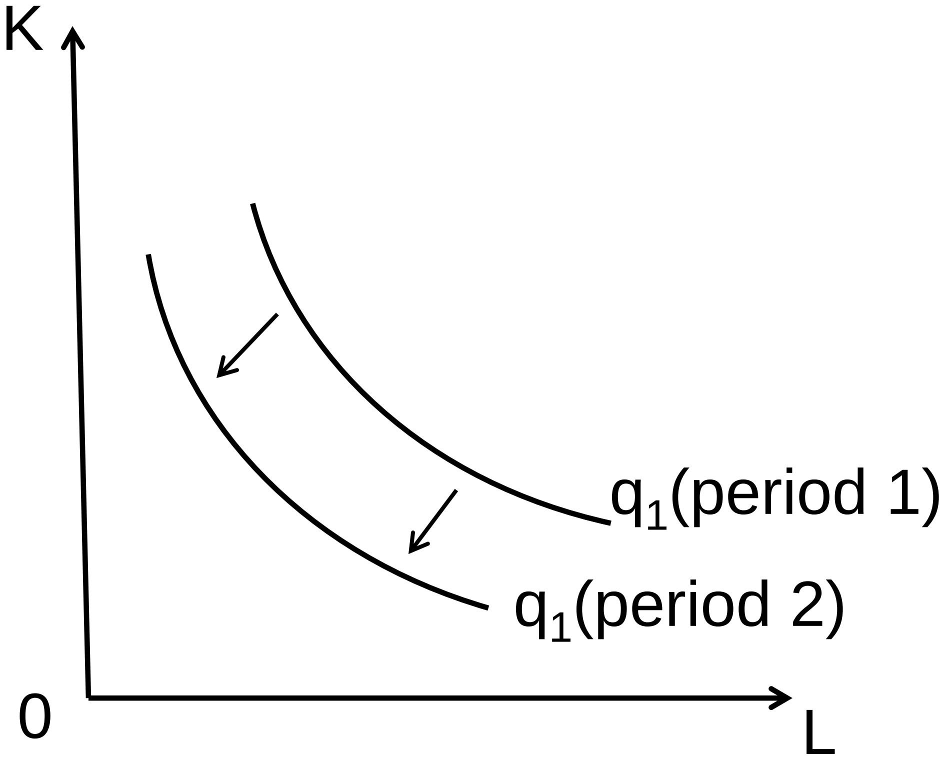
සංවිධානාත්මක ව්‍යුහය දියුණුවීම etc.

කාර්යක්ෂමතාවෙන් අඩු නිෂ්පාදන විධි භාවිතයෙන් ඉවත්වේ.

කාලයත් සමඟ සිදුවන මේ වෙනස්වීම් සියල්ලම අර්ථික විද්‍යාඥයන් '**තාක්ෂණික ප්‍රගතිය**' ලෙස සලකයි.

තාක්ෂණික ප්‍රගතිය නිෂ්පාදන ශ්‍රිත ඉහළට හෝ සමනිෂ්පාදිත වක්‍ර පහළට විතැන්වීමට හේතු වේ.




- නිෂ්පාදන ශ්‍රිත ඉහළට විතැන්වීම මගින් නිශ්චිත යෙදවුම් ප්‍රමාණයකින් වැඩි නිමැවුම් මට්මක් ලබා ගත හැකි බවත්
- සමනිෂ්පාදිත වක්‍ර පහළට විතැන්වීම මගින් නිශ්චිත නිමැවුම් මට්මක් අඩු යෙදවුම් ප්‍රමාණයකින් ලබා ගත හැකි බවත් දැක්වේ.
- මෙය තාක්ෂණික ප්‍රගතියේ ප්‍රතිඵලයයි.

$$q = A(t)\, f(K,L)$$

මෙම නිෂ්පාදන ශ්‍රිතයේ,

A(t) මගින් තාක්ෂණික ප්‍රගතිය නිසා කාලයත් සමග නිෂ්පාදන ශ්‍රිතයේ විතැන්වීම දැක්වේ.

L හා K නොවෙනස්ව තිබියදී A(t) වාර්ෂිකව යම් ප්‍රතිශතයකින් වැඩි වන විට නිමැවුම ද යම් ප්‍රතිශතයකින් වැඩි වේ.

නිශ්චිත යෙදවුම් ප්‍රමාණයකින් වැඩි නිමැවුම් මට්ටමක් ලබා ගත හැකි බව

- මෙය තාක්ෂණික ප්‍රගතියේ ප්‍රතිඵලයයි.

Hicksට අනුව තාක්ෂණික ප්‍රගතිය තුන් ආකාරයකි

- ප්‍රාග්ධන ප්‍රකර්ශන
- ශ්‍රම ප්‍රකර්ශන
- මධ්‍යස්ථ

$$q = A(t)\, f[\alpha(t)\, K, \beta(t)\, L]$$

මෙහි,

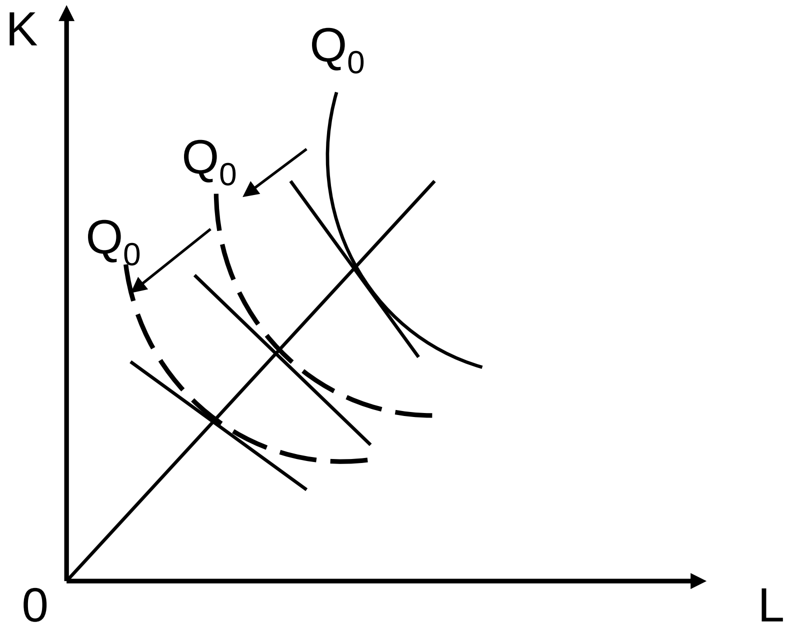
$\alpha(t)$ = ප්‍රාග්ධනයේ කාර්යක්ෂමතාවේ වර්ධනය

$\beta(t)$ = ශ්‍රමයේ කාර්යක්ෂමතාවේ වර්ධනය

If $\alpha(t)$ increases keeping other factors constant *tp* is capital augmenting.

If $\beta(t)$ increases keeping other factors constant *tp* is labour augmenting.

If $A(t)$ increases keeping other factors constant *tp* is neutral.

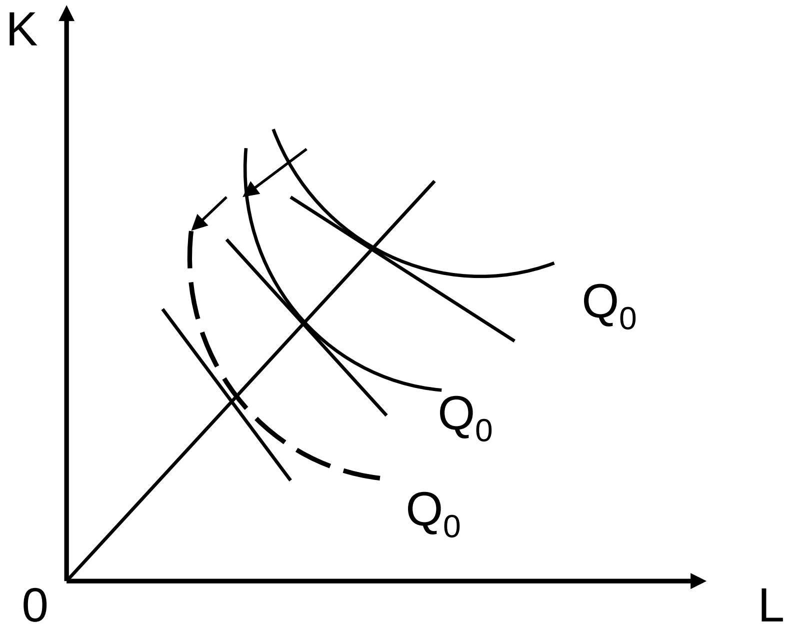



$$MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} \downarrow$$

## ප්‍රාග්ධන ප්‍රකර්ශන

තාක්ෂණික ප්‍රගතිය ශ්‍රමයේ කාර්යක්ෂමතාවට වඩා ප්‍රාග්ධනයේ කාර්යක්ෂමතාව වැඩිවීමටත් ඒ නිසාම ප්‍රාග්ධනයේ ආන්තික ඵලදාව ඉහළ යාමටත් හේතුවේ නම් එය ප්‍රාග්ධන ප්‍රකර්ශන තාක්ෂණික ප්‍රගතිය ලෙස හැඳින්වේ.

අනුපාතය ස්ථාවරව පවත්නා මූලයෙන් ආරම්භ වන K/L රේඛාව දිගේ පහළට විතැන් වන සමපිරිවැය රේඛාවේ බෑවුම ක්‍රමයෙන් අඩු වේ.

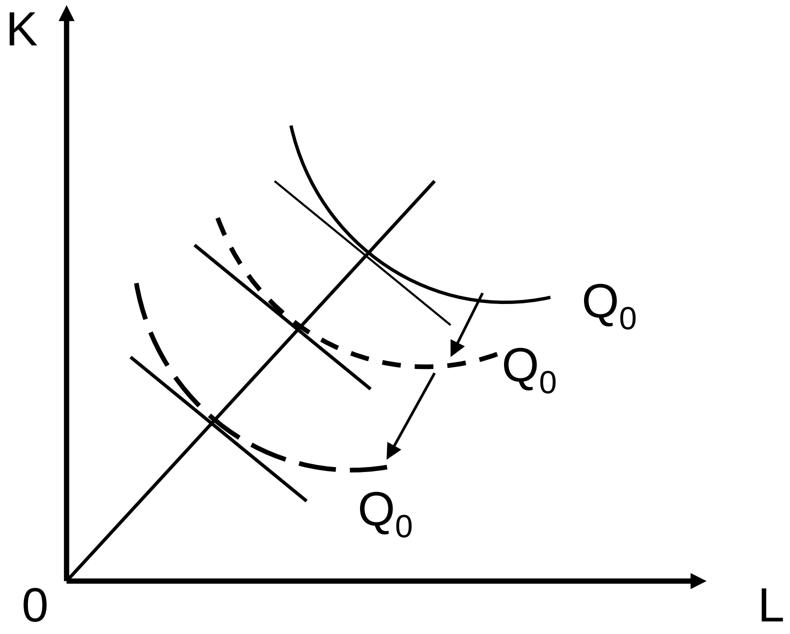



$$MRTS = \frac{MP_L}{MP_K}$$

## ශ්‍රම ප්‍රකර්ශන

තාක්ෂණික ප්‍රගතිය ප්‍රාග්ධනයේ කාර්යක්ෂමතාවට වඩා ශ්‍රමයේ කාර්යක්ෂමතාව වැඩිවීමටත් එ නිසාම ශ්‍රමයේ ආන්තික ඵලදාව ඉහළ යාමටත් හේතුවේ නම් එය ශ්‍රම ප්‍රකර්ශන තාක්ෂණික ප්‍රගතිය ලෙස හැඳින්වේ.

අනුපාතය ස්ථාවරව පවත්නා මූලයෙන් ආරම්භ වන K/L රේඛාව දිගේ පහළට විතැන් වන සමපිරිවැය රේඛාවේ බැවුම ක්‍රමයෙන් වැඩි වේ.




## මධ්‍යස්ථ

තාක්ෂණික ප්‍රගතිය සාධක දෙකේම කාර්යක්ෂමතාව සමාන අයුරින් වැඩිවීමටත් එ නිසාම සාධක දෙකේම ආන්තික ඵලදාව සමාන අයුරින් ඉහළ යාමටත් හේතුවේ නම් එය මධ්‍යස්ථ තාක්ෂණික ප්‍රගතිය ලෙස හැඳින්වේ.

අනුපාතය ස්ථාවරව පවත්නා මූලයෙන් ආරම්භ වන K/L රේඛාව දිගේ පහළට විතැන් වන සමපිරිවැය රේඛාවේ බෑවුම නොවෙනස්ව පවතී.

# Multi-Product Firm: Choice of Product Mix

So far we discussed the behavior of a firm in deciding optimum factor combination for producing a single product.

In the real world many are multi-product firms!

Thus, the multi-product firms have to decide the optimum product combination.

This is important because the firms possess only a limited amount of resources for production process.

Table below shows the alternative production possibilities of a firm produce two product X and Y, assuming

i. the firm has a given amount of resources
ii. is operating under a given technology

| Production possibilities | Product X (‘00) | Product Y (’00) |
|---|---|---|
| A | 0 | 15 |
| B | 1 | 4 |
| C | 2 | 12 |
| D | 3 | 9 |
| E | 4 | 5 |
| F | 5 | 0 |

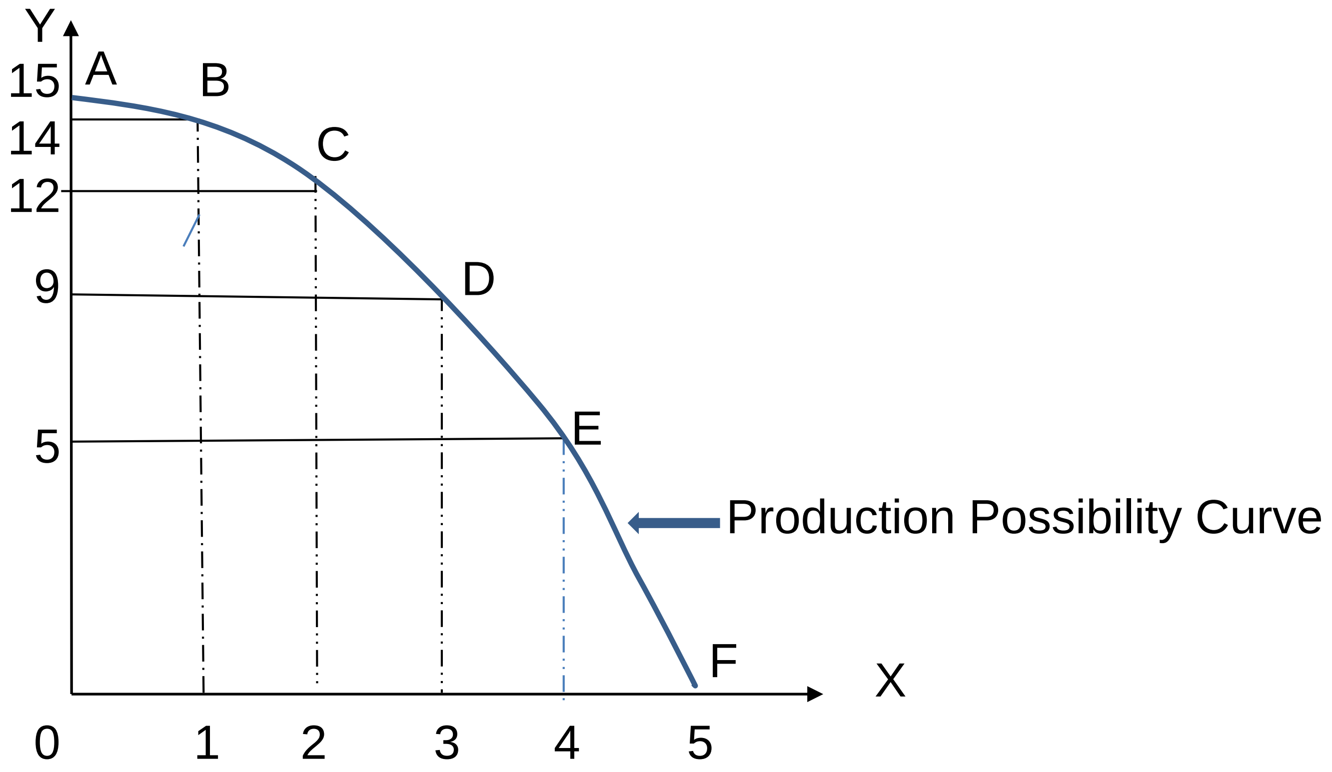
If firm employed all resources on Y he can produced 15 hundred units.

If he employed all resources on X he can produce 5 hundred units.

Within this extremes, he can produce given product mix.

The figures in the table revel that to produce one extra unit of X he has to scarifies increasing amount of Y.

These alternative production possibilities can be depicted in a graph:



The curve A-F shows the various combinations of the two products that the firm can produce with the given amount f resources and under the given technology.

It is called Production Possibility Curve or Product Transformation Curve.

Alternative product combinations of two products are represented along the PPC.

PPC is concave to the origin.
This implies that to increase the amount of one product with the given volume of resources, the producer has to scarifies some amount from the other product.

When he move from A to F on PPC, it sacrifices some amount of Y for having more of X.
When he move from F to A on PPC, it sacrifices some amount of X for having more of Y.

In moving along the PPC, it transform one product into the other.

The rate at which one product transform into another, resources keeping unchanged, is called Marginal Rate of Transformation ($MRT_{XY}$).

When moving along the PPC, $MRT_{XY}$ increases. This is the reason to PPC concave to the origin.

MRTS at any point on PPC is given by the slope of the curve at that point.

When the firm fully utilized the resources, the optimum product combination must lie some where on the PPC but not inside.

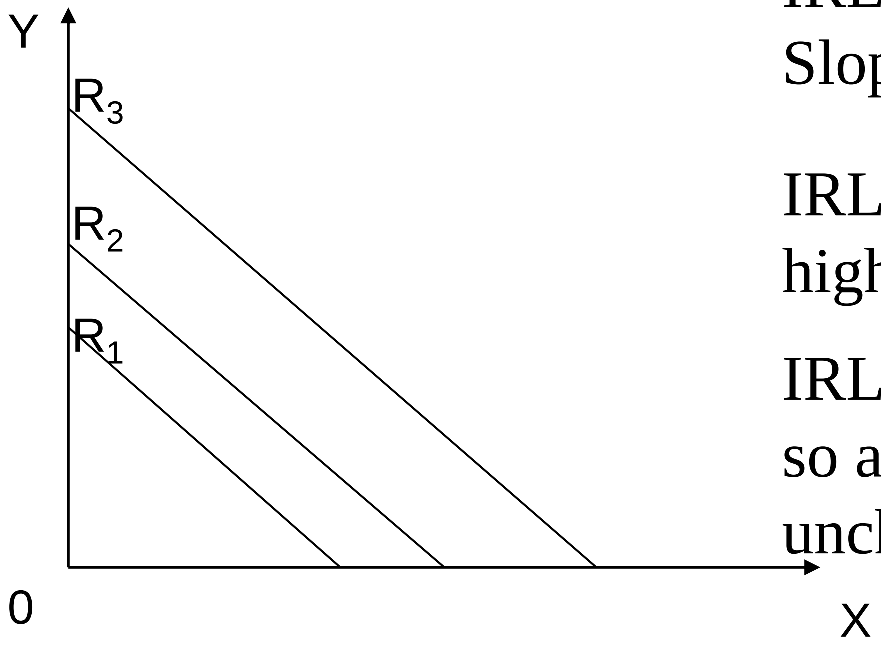
**Iso-Revenue Lines**

IRL is an important tool to determine the optimum products combination.

IRL shows the different product combinations which earn the same revenue.

Given the fixed prices of X and Y, the IRL can be written as

$$R = P_x Q_x + P_y Q_y$$




IRL is a straight line.
Slope = $P_y/P_x$

IRL away from the origin shows higher revenue.

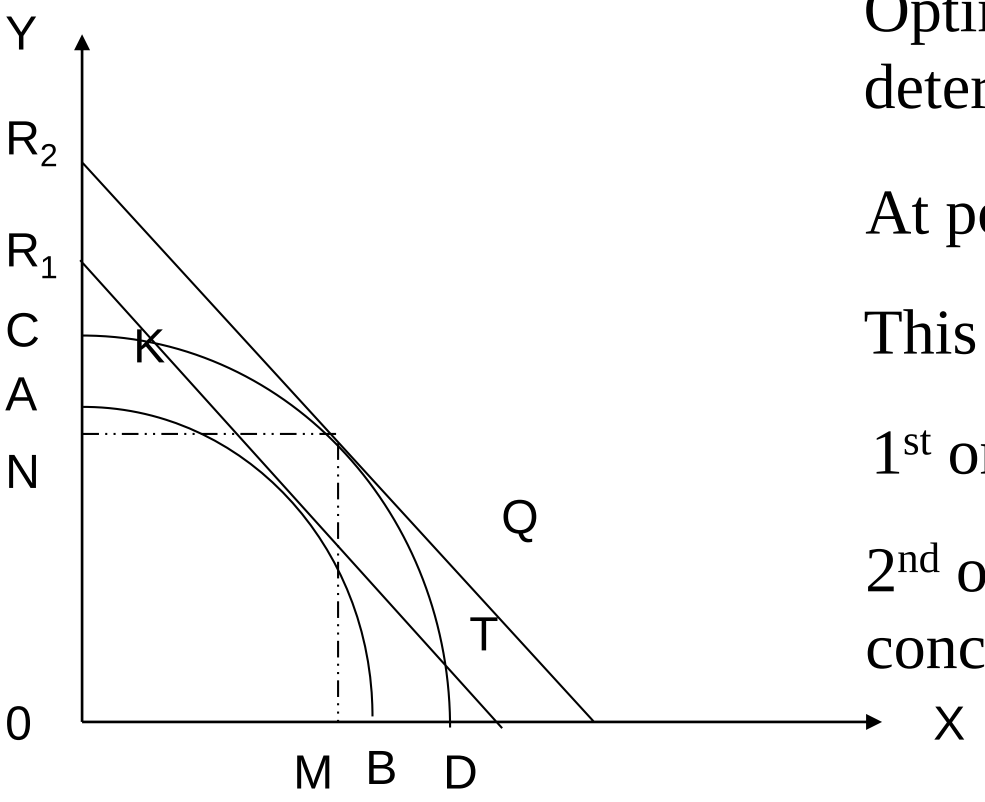
IRLs are parallel to each other so as to price ratio remain unchanged.

## Optimum Product Combination

It assumes that the aim of the producer is to maximized the profit.

The profit will be maximized when the firm maximize its revenue.

Optimum product mix can be obtained graphically using PPC and IRL.




Optimum product combination determine at point Q,

At point Q, $MRT_{XY}=P_y/P_X$

This is not fulfilled as points K and T

1st order condition $MRT_{XY}=P_y/P_X$

2nd order condition PPC must be concave to the origin.