



කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - සමාජීය විද්‍යා පීඨය

2017/2018 අධ්‍යයන වර්ෂය

ශාස්ත්‍රවේදී ගෞරව උපාධි දෙවන වසර

පළමු අර්ධ වාර්ෂික පරීක්ෂණය - (2019 ජූලි/අගෝස්තු)

සමාජ සංඛ්‍යානය

SOST 31444 : බහුවිචලය විශ්ලේෂණය

ඕනෑම ප්‍රශ්න හතරකට (04) පිළිතුරු සපයන්න.

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 07 යි.

කාලය : පැය 03 යි.

01. (i) බහුවිචලය විශ්ලේෂණයේ ප්‍රායෝගික භාවිතයන් කෙටියෙන් විස්තර කරන්න. (ලකුණු 06)

(ii) පහත දැක්වෙන්නේ එක්තරා වෙළඳසැලක භාණ්ඩ කිහිපයක විකුණුම් ප්‍රමාණයන්, ලාභ ප්‍රමාණයන් සහ වත්කම් ප්‍රමාණයන් ය.

	විකුණුම්	ලාභ	වත්කම්
1	126	40	173
2	96	30	160
3	86	35	83
4	63	37	77
5	55	39	128
6	50	18	39
7	39	29	38
8	36	13	51
9	35	12	34
10	32	15	25

අ) ඉහත දත්ත සඳහා මධ්‍යන්‍ය දෛශිකය ගණනය කරන්න. (ලකුණු 06)

ආ) විචලනා සහවිචලනා න්‍යාසය ගණනය කරන්න. (ලකුණු 08)

02. (i) පොකුරුකරණ ක්‍රමවේද (Clustering Methods) කෙටියෙන් විස්තර කරන්න. (ලකුණු 06)

(ii) පහත දැක්වෙන්නේ ආචාර්යවරුන් පස්දෙනෙකුගේ තොරතුරු (දත්ත) සමූහයකි.

	උපාධිය $X_1$	ප්‍රමිතීන් බව $X_2$	පළපුරුද්ද $X_3$	ක්‍රීඩා සඳහා දායකත්වය $X_4$	වයස $X_5$
1	ශාස්ත්‍රවේදී (BA)	ස්ත්‍රී (F)	05	ඔව් (Yes)	30
2	ශාස්ත්‍රපති (MA)	ස්ත්‍රී (F)	12	නැත (No)	35
3	ශාස්ත්‍රවේදී (BA)	පුරුෂ (M)	06	ඔව් (Yes)	32
4	ආචාර්ය (PHD)	පුරුෂ (M)	18	ඔව් (Yes)	52
5	ශාස්ත්‍රපති (MA)	ස්ත්‍රී (F)	10	නැත (No)	40

අ) ඉහත දත්ත සඳහා පහත දැක්වෙන උපමාන (Criteria) මත පදනම්ව ද්වීමය විචල්‍ය බවට හරවා  $\frac{a+d}{p}$  සමානාත්ව සංගුණක (Similarity Coefficients) ලබාගන්න. (ලකුණු 06)

$$X_1 = \begin{cases} 1 = BA \\ 0 = \text{Not } BA \end{cases}$$

$$X_2 = \begin{cases} 1 = F \\ 0 = M \end{cases}$$

$$X_3 = \begin{cases} 1 = \text{Experience} \geq 10 \\ 0 = \text{Experience} < 10 \end{cases}$$

$$X_4 = \begin{cases} 1 = \text{Yes} \\ 0 = \text{No} \end{cases}$$

$$X_5 = \begin{cases} 1 = \text{Age} \geq 40 \\ 0 = \text{Age} < 40 \end{cases}$$

ආ) ඉහත දත්ත මගින් ලබාගත් සමානාත්ව සංගුණක භාවිතයෙන් Single Linkage ක්‍රමය මගින් පොකුරුකරණ විශ්ලේෂණය සිදුකරන්න. (ලකුණු 08)

03. (i) ප්‍රවිචාරක විශ්ලේෂණය (Discriminant Analysis) හඳුන්වා එහි අරමුණු පැහැදිලි කරන්න. (ලකුණු 04)

(ii) කිසියම් නගරයක සිටින කර්මාන්තශාලා හිමිකරුවන්  $\pi_1$  සහ කර්මාන්තශාලා හිමිකරුවන් නොවන්නන්  $\pi_2$  පිළිබඳ දත්ත ඔවුන්ගේ ආදායම ( $X_1$ ) සහ තොග වත්කම් ප්‍රමාණය ( $X_2$ ) සමඟ පහත දක්වා ඇත.

කර්මාන්තශාලා හිමිකරුවන්		කර්මාන්තශාලා හිමිකරුවන් නොවන්නන්	
ආදායම	තොග වත්කම්	ආදායම	තොග වත්කම්
20	8	45	9
55	6	22	10
34	11	34	7
31	10	13	10
57	13	54	7
80	9	19	7
70	7	29	6
50	12	36	8
40	10	17	6
60	10	13	8
21	12	20	4
50	10	33	4

අ) මෙම දත්ත සඳහා මධ්‍යන්‍ය දෛශිකය සහ විචලනා සහවිචලනා න්‍යාසය ගණනය කරන්න. (ලකුණු 04)

ආ) ප්‍රවිචාරක ශ්‍රිතය ලබාගන්න. (ලකුණු 08)

ඇ) නව නිරීක්ෂණයක් සඳහා ලැබුණු අගයන්  $X_1 = 68$  සහ  $X_2 = 15$  වන විට එය ඇතුළත් විය යුත්තේ කුමන කාණ්ඩයටද යන්න පරීක්ෂා කරන්න. (ලකුණු 04)

04.. (i) Hierarchical Clustering සහ Non-hierarchical Clustering යන ඒවා පිළිබඳ කෙටියෙන් හඳුන්වන්න. (ලකුණු 06)

(ii) පහත දැක්වෙන්නේ A, B, C සහ D යන සිසුන් හතරදෙනෙකු විසින් ප්‍රශ්න විචාරාත්මක තරඟ වට දෙකක දී ලබාගත් ලකුණුය.

	$X_1$	$X_2$
A	50	30
B	-10	10
C	10	-20
D	-30	-20

අ) මෙම අයිතමයන්  $K = 2$  පොකුරු ප්‍රමාණයකට වෙන්කිරීම සඳහා K-mean ක්‍රමය මගින් පොකුරුකරණ විශ්ලේෂණය (Cluster Analysis) සිදුකරන්න. (ලකුණු 14)

05. පහත දැක්වෙන සාරාංශ මිනුම් ඇසුරෙන් පිළිතුරු සපයන්න.

$$\lambda_1 = 100.16 \quad e_1' = [0.04 \quad 0.999]$$

$$\lambda_2 = 0.84 \quad e_2' = [0.999 \quad 0.04]$$

අ) ප්‍රධාන සංරචක ලියා දක්වන්න. (ලකුණු 02)

ආ) සියලුම ප්‍රධාන සංරචක මගින් විස්තර වන මුළු විචලනය ගණනය කරන්න.

(ලකුණු 02)

ඇ) පළමු ප්‍රධාන සංරචකය මගින් විස්තර වන විචලනය මුළු විචලනයට අනුපාතිකව ගණනය කර අභිමිචන තොරතුරු ප්‍රමාණය පිළිබඳ විශ්ලේෂණය කරන්න. (ලකුණු 02)

(iii) පහත දැක්වා ඇත්තේ කිසියම් සමීක්ෂණයකින් ලැබූ තොරතුරුය. එම දත්තවලට අදාළ විචලනයන් පහ පරිදි වේ.

Climate = දේශගුණය

Housing = නිවාස

Environment = පරිසරය

Crime = අපරාධ

Transportation = ප්‍රවාහනය

Education = අධ්‍යාපනය

The Art = කලාව

Recreation = විශ්‍රාන්තිය

Economy = ආර්ථිකය

Component	Eigen Value	Proportion	Cumulative Proportion
1	0.3775		
2	0.0511		
3	0.0279		
4	0.0230		
5	0.0168		
6	0.0120		
7	0.0085		
8	0.0039		
9	0.0018		

අ) මෙම දත්ත සඳහා Scree Plot සටහන නිර්මාණය කර ප්‍රධාන සංරචක Principal Component (PC) ගණන නිර්ණය කරන්න. (ලකුණු 04)

ආ) ඉහත Eigen අගයන් සඳහා අදාළ වන අනුපාත අගයන් (Proportion values) සහ සමුච්චිත අගයන් (Cumulative values) ගණනය කර වගුව සම්පූර්ණ කරන්න. (ලකුණු 06)

ඇ) මෙම දත්ත සඳහා ප්‍රධාන සංරචක විශ්ලේෂණය (PCA) සිදු කරන්න. (ලකුණු 04)

Variables	PC 1	PC 2	PC 3
Climate	0.190	0.017	0.207
Housing	0.544	0.020	0.204
Environment	0.782	-0.605	0.144
Crime	0.365	0.294	0.585
Transportation	0.585	0.085	0.234
Education	0.394	-0.273	0.027
Art	0.985	0.126	-0.111
Recreation	0.520	0.402	0.519
Economy	0.142	0.150	0.239

06. (i) ප්‍රධාන සංරචක විශ්ලේෂණය සහ සාධක විශ්ලේෂණය අතර පවත්නා සමානතා සහ අසමානතා දක්වන්න.. (ලකුණු 04)

(ii) විෂයයන් කේ සඳහා සිසුන් ලබාගත් ලකුණු මත පදනම්ව සිදුකළ සාධක විශ්ලේෂණය පහත පරිදි වේ.

	Factor Loading	
	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>
මාධ්‍යය - Media	0.369	0.544
සෞඛ්‍යය - Health	0.433	0.467
ඉතිහාසය - History	0.211	0.558
ගණිතය - Mathematics	0.789	0.001
විද්‍යාව - Science	0.752	0.054
සංඛ්‍යාතය - Statistics	0.604	0.083

	Factor Loading	
	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>
මාධ්‍යය - Media	0.553	0.429
සෞඛ්‍යය - Health	0.568	0.288
ඉතිහාසය - History	0.392	0.450
ගණිතය - Mathematics	0.740	-0.273
විද්‍යාව - Science	0.724	-0.211
සංඛ්‍යානාය - Statistics	0.595	-0.132

- අ) එක් එක් විචල්‍ය සඳහා Communalities සහ Specific Variance ගණනය කරන්න. (ලකුණු 06)
- ආ) සාධක විශ්ලේෂණ ආකෘතිය මගින් විස්තර වන විචල්‍ය ගණනය කර විවරණය කරන්න. (ලකුණු 04)
- ඇ) සාධක විශ්ලේෂණ ආකෘතිය මගින් විස්තර නොවන විචල්‍ය ගණනය කර විවරණය කරන්න. (ලකුණු 02)
- ඈ) ප්‍රධාන සංරචක දෙකට අදාළ රේඛීය සංයෝජන ලියා දක්වන්න. (ලකුණු 04)
- ඉ) ඉහත තොරතුරු සඳහා සාධක විශ්ලේෂණය සිදු කරන්න.

07. (i) බහුගුණ ප්‍රතිපායන විශ්ලේෂණය හඳුන්වා බහුවිචලය විශ්ලේෂණය සඳහා එහි ඇති වැදගත්කම දක්වන්න.

(ලකුණු 04)

(ii) පහත දැක්වෙන්නේ කිසියම් ආයතනයක විකුණුම් ප්‍රමාණය (Y) සහ ඒ සඳහා යොදාගත් අමුද්‍රව්‍ය (X<sub>1</sub>) සහ සේවකයින් ප්‍රමාණයයි (X<sub>2</sub>).

විකුණුම් ප්‍රමාණය (Y)	අමුද්‍රව්‍ය (X <sub>1</sub> )	සේවකයින් ප්‍රමාණය (X <sub>2</sub> )
50	16	8
60	18	9
65	20	10
70	24	10
45	15	7
80	24	10
90	30	12
80	25	10
70	22	9
65	20	10

අ) මෙම දත්ත සඳහා බහුගුණ ප්‍රතිපායන ආකෘතිය ඇස්තමේන්තු කරන්න.

(ලකුණු 06)

ආ) නිර්ණන සංගුණකය  $R^2 = 0.952$  වන විට බහුගුණ ප්‍රතිපායන ආකෘතියේ සංගුණකවල සංඛ්‍යාතමය විශ්වාසනීයත්වය  $\alpha = 5\%$  වෙසෙසියා මට්ටමින් පරීක්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 04)

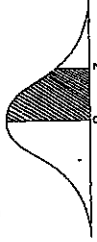
ඇ) ඇස්තමේන්තු කරන ලද බහුගුණ ප්‍රතිපායන ආකෘතියේ සමස්ත වෙසෙසියාව  $\alpha = 5\%$  වෙසෙසියා මට්ටමින් පරීක්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 06)



වගුව - 04

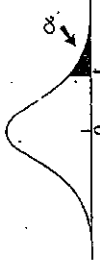
ප්‍රමාණ ව්‍යාප්තිය



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.49865	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
4.0	.4999683									

වගුව - 05

t - ව්‍යාප්තිය

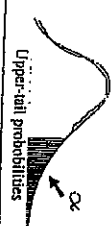


d.f.	$\alpha$	.10	.05	.025	.01	.005
1		3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2		1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3		1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4		1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5		1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6		1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7		1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8		1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9		1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10		1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11		1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12		1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13		1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14		1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15		1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16		1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17		1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18		1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19		1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20		1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21		1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22		1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23		1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24		1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25		1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26		1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27		1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28		1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29		1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30		1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40		1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60		1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120		1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
$\infty$		1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

# විචල - 06 $\chi^2$ ව්‍යාප්තිය

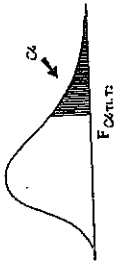


df	.001	.005	.010	.025	.050	.100
1	.000	.000	.000	.001	.004	.016
2	.002	.010	.020	.051	.103	.211
3	.004	.012	.024	.054	.106	.216
4	.009	.017	.033	.060	.111	.224
5	.015	.024	.048	.067	.118	.234
6	.020	.032	.064	.076	.126	.246
7	.027	.042	.081	.087	.135	.259
8	.034	.054	.099	.100	.145	.273
9	.041	.068	.113	.114	.156	.289
10	.048	.084	.129	.130	.168	.306
11	.056	.101	.146	.147	.181	.324
12	.064	.119	.164	.166	.195	.343
13	.072	.138	.183	.189	.210	.362
14	.081	.158	.203	.205	.226	.381
15	.090	.179	.220	.223	.243	.400
16	.099	.200	.238	.242	.261	.419
17	.108	.222	.257	.263	.280	.438
18	.117	.245	.277	.287	.299	.457
19	.127	.269	.298	.306	.319	.477
20	.136	.294	.320	.327	.340	.497
21	.145	.320	.343	.349	.362	.518
22	.154	.347	.367	.372	.385	.540
23	.164	.375	.392	.396	.409	.563
24	.174	.404	.418	.421	.434	.587
25	.184	.434	.445	.448	.460	.611
26	.194	.465	.473	.476	.487	.636
27	.204	.497	.502	.505	.515	.661
28	.214	.530	.532	.535	.547	.687
29	.224	.564	.565	.568	.581	.713
30	.234	.600	.600	.603	.617	.740
35	.263	.678	.680	.683	.700	.770
40	.291	.764	.765	.768	.787	.803
45	.318	.858	.858	.861	.883	.839
50	.344	.960	.960	.963	.988	.877
55	.369	1.070	1.070	1.073	1.101	.917
60	.393	1.188	1.188	1.191	1.221	.958
65	.417	1.314	1.314	1.317	1.350	.999
70	.440	1.448	1.448	1.451	1.487	1.043
75	.463	1.590	1.590	1.593	1.635	1.089
80	.485	1.741	1.741	1.744	1.785	1.137
85	.508	1.901	1.901	1.904	1.948	1.187
90	.530	2.070	2.070	2.073	2.120	1.239
95	.553	2.248	2.248	2.251	2.305	1.293
100	.575	2.436	2.436	2.439	2.493	1.349



df	.100	.050	.025	.010	.005	.002
1	3.84	5.02	5.99	6.63	7.88	10.8
2	4.61	5.99	7.38	8.21	10.6	13.8
3	6.25	7.81	9.35	11.3	12.8	16.3
4	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9	18.5
5	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7	20.5
6	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5	22.5
7	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3	24.3
8	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0	26.1
9	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6	27.9
10	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2	29.6
11	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8	31.3
12	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3	32.9
13	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8	34.5
14	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3	36.1
15	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8	37.7
16	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3	39.3
17	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7	40.8
18	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2	42.3
19	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6	43.8
20	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0	45.3
21	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4	46.8
22	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8	48.3
23	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2	49.7
24	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6	51.2
25	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9	52.6
26	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3	54.1
27	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6	55.5
28	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0	56.9
29	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3	58.3
30	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7	59.7
35	46.1	49.8	53.2	57.3	60.3	66.6
40	51.8	55.8	59.3	63.7	67.4	73.4
45	57.5	61.7	65.2	70.0	73.2	80.1
50	63.2	67.5	71.4	76.2	79.5	86.7
55	68.8	73.3	77.4	82.3	85.7	93.2
60	74.4	79.1	83.3	88.4	92.0	99.6
65	80.0	84.8	89.2	94.4	98.1	106.0
70	85.5	90.5	95.0	100.4	104.2	112.3
75	91.1	96.6	100.8	106.4	110.3	118.6
80	96.6	102.1	106.6	112.3	116.3	124.8
85	102.1	107.5	112.4	118.2	122.3	131.0
90	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3	137.2
95	113.0	118.8	123.9	130.0	134.2	143.3
100	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2	149.4

වගුව - 7  
F - ව්‍යාප්තිය



$\alpha = 0.10$

අගය 0 = F<sub>extm</sub>

F <sub>1</sub>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	39.86	49.50	51.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86	60.19
2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39
3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23
4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92
5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30
6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94
7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70
8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54
9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42
10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32
11	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25
12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19
13	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14
14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10
15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06
16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03
17	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00
18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.049	2.00	1.98
19	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96
20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94
21	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92
22	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90
23	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89
24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88
25	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87
26	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86
27	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85
28	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.89	1.86	1.83
29	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83
30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82
40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76
60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.88	1.82	1.77	1.74	1.71
120	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65
∞	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60

$\alpha = 0.10$

F <sub>1</sub>	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	F <sub>2</sub>
1	60.71	61.22	61.74	62.00	62.26	62.53	62.79	63.06	63.33	1
2	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.48	9.49	2
3	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.14	5.13	3
4	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.79	3.78	3.76	4
5	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.14	3.12	3.10	5
6	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.76	2.74	2.72	6
7	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.51	2.49	2.47	7
8	2.50	2.46	2.42	2.39	2.38	2.36	2.34	2.32	2.29	8
9	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.21	2.18	2.16	9
10	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.11	2.08	2.06	10
11	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.03	2.00	1.97	11
12	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.96	1.93	1.90	12
13	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.90	1.88	1.85	13
14	2.05	2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.86	1.85	1.80	14
15	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.83	1.79	1.76	15
16	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	16
17	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	17
18	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66	18
19	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.70	1.67	1.63	19
20	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.68	1.64	1.61	20
21	1.87	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59	21
22	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.64	1.60	1.57	22
23	1.84	1.80	1.74	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59	1.55	23
24	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.61	1.57	1.53	24
25	1.82	1.77	1.72	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56	1.52	25
26	1.81	1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.58	1.54	1.50	26
27	1.80	1.75	1.70	1.67	1.64	1.60	1.57	1.53	1.49	27
28	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56	1.52	1.48	28
29	1.78	1.73	1.68	1.65	1.62	1.58	1.55	1.51	1.47	29
30	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.54	1.50	1.46	30
40	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.47	1.42	1.38	40
60	1.66	1.61	1.54	1.51	1.48	1.44	1.40	1.35	1.29	60
120	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.32	1.26	1.19	120
∞	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.24	1.17	1.00	∞

*Handwritten signature*

OC = 0.05

F <sub>1</sub>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1614	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9
2	18.51	19.00	19.16	19.26	19.37	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	2.00
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.23	2.17	2.10	2.02	1.99
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83

OC = 0.05

F <sub>1</sub>	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	243.9	245.9	248.0	249.1	250.2	251.1	252.2	253.3	254.3
2	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	2.23	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	2.13	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.64
29	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.25	1.00

$\alpha = 0.01$

$r_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$r_2$
1	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366	6393	6420
2	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50	99.50	99.51
3	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13	26.04	25.95
4	14.37	14.20	14.02	13.93	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46	13.36	13.26
5	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02	8.93	8.84
6	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88	6.79	6.70
7	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65	5.56	5.47
8	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86	4.78	4.69
9	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31	4.23	4.14
10	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91	3.83	3.74
11	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60	3.52	3.43
12	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36	3.28	3.19
13	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17	3.09	3.00
14	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00	2.91	2.82
15	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87	2.78	2.69
16	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75	2.66	2.57
17	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.66	2.57	2.48
18	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57	2.48	2.39
19	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49	2.40	2.31
20	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42	2.33	2.24
21	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36	2.27	2.18
22	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31	2.22	2.13
23	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26	2.17	2.08
24	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21	2.12	2.03
25	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.36	2.27	2.17	2.08	1.99
26	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.23	2.14	2.05	1.96
27	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29	2.20	2.10	2.01	1.92
28	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06	1.97	1.88
29	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.23	2.14	2.03	1.94	1.85
30	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01	1.92	1.83
40	2.66	2.52	2.37	2.29	2.21	2.11	2.02	1.92	1.80	1.70	1.60
60	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60	1.47	1.33
120	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38	1.23	1.08
$\infty$	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.16	1.00	0.84

#Reprinted with permission from Table 18 of Biometrika Tables for statisticians, eds. E. S. Pearson and H. O. Hartley (New York: Cambridge University Press, 1954), Vol. 1.

$\alpha = 0.01$

$r_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$r_2$
1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5959	5978	5982	6022	6056	6090
2	96.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.41
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.11
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.43
5	16.36	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.94
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.76
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.51
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.70
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.16
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.75
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.44
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.20
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.00
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.84
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.70
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.59
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.49
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.41
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.33
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.27
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.21
22	7.95	5.72	4.83	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.16
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.11
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.07
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	3.03
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.99
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.96
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.93
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.90
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.88
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.70
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.53
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.37
$\infty$	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.22

*Dist*

