කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය - සමාජීය විද්‍යා පීඨය

2018/2019 අධ්‍යයන වර්ෂය

ශාස්ත්‍රවේදී ගෞරව උපාධි දෙවන වසර

දෙවන අර්ධ වාර්ෂික පරීක්ෂණය - (2020 ජනවාරි)

සමාජ සංඛ්‍යානය

SOST 32444 : අපරාමිතික විධි (Non-parametric Methods)

ඕනෑම ප්‍රශ්න හතරකට (04) පිළිතුරු සපයන්න

ප්‍රශ්න සංඛ්‍යාව : 08 යි. **කාලය : පැය 03 යි.**

සංඛ්‍යාන වගු සපයනු ලැබේ

---

01. (i) අපරාමිතික පරීක්ෂා යන්න හඳුන්වා ඒවායේ ප්‍රායෝගික භාවිතයන් දක්වන්න.

(ලකුණු 02)

(ii) කිසියම් ආයතනයක අලෙවිකරණ නිලධාරීන් විසින් එම ආයතනයට අයවිය යුතු මුදල් එක් රැස් කිරීම සඳහා ගත කරන කාලය දින වලින් පහත වගුවේ දක්වා ඇත.

සේවකයා	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
දින ගණන	33	34	30	31	32	38	39	40	40	38	37

සේවකයා	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
දින ගණන	32	31	30	32	34	35	30	31	32	38	36

මෙම අලෙවිකරණ සේවකයින් මුදල් අයකර ගැනීම සඳහා ගත කරන කාලය දින 35ට වඩා වැඩි ද යන්න $\alpha = 0.05$ වෙසෙසියා මට්ටමින් ලකුණු පරීක්ෂාව මගින් පරීක්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 08)

(iii) මෙම ආයතනය වෙත අයවිය යුතු මුදල් එක්රැස් කිරීම සඳහා අලෙවිකරණ සේවකයින් සඳහා නව ක්‍රමවේදයක් හඳුන්වා දී ඇති අතර එම ක්‍රමවේදය ක්‍රියාත්මක කිරීමෙන් පසු ඉහත අලෙවිකරණ සේවකයින් මුදල් එක්රැස් කිරීම සඳහා ගතකළ කාලය පහත වගුවේ දැක්වේ.

සේවකයා	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
දින ගණන	30	32	29	30	31	37	37	39	38	36	35

සේවකයා	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
දින ගණන	30	30	29	30	32	33	28	30	31	35	33

ඒ අනුව ආයතනය මගින් හඳුන්වා දුන් නව ක්‍රමවේදය ප්‍රතිඵලදායක ද යන්න $\alpha = 0.05$ වෙසෙසියා මට්ටමින් ලකුණු පරීක්ෂාව මගින් පරීක්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 10)

02. (i) Mann-Whitney පරික්ෂාව සහ Kruskal Wallis පරික්ෂාව අතර ඇති සමානතා සහ අසමානතා දක්වන්න.

(ලකුණු 04)

(ii) ගුණාත්මක භාණ්ඩ සඳහා සම්මාන ප්‍රදානය කරන ආයතනයක් මගින් A සහ B යන ටයර් නිෂ්පාදන ආයතන දෙකක් මගින් නිෂ්පාදනය කරනු ලබන ටයර්වල ජීව කාලය පිළිබඳ සිදුකරන ලද අධ්‍යයනයක දී පහත තොරතුරු ලැබී ඇත.

ජීව කාලය කිලෝ මීටර දහස්වලින්										
A	40	41	42	43	42	45	40	41	43	44
B	38	40	41	42	39	40	41	42		

ඒ අනුව A නම් ටයර් වර්ගයේ ගෙවීයාමේ ගුණය B නම් ටයර් වර්ගයේ ගෙවීයාමේ ගුණයට වඩා අඩු ද යන්න $\alpha = 0.05$ වෙසෙසියා මට්ටමින් Mann-Whitney පරික්ෂාව මගින් පරික්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 08)

(iii) ඉහත ටයර් වර්ග දෙකට අමතරව C නැමැති ටයර් වර්ගය ද ගුණාත්මක භාණ්ඩ නිෂ්පාදනය සඳහා වන සම්මානය සඳහා නිර්දේශ වීමත් සමඟ එම ටයර් වර්ගයෙන් ද ටයර් 10ක නියැදියක් ගෙන පරික්ෂා කළ විට ලද තොරතුරු පහත පරිදි වේ.

ජීව කාලය කිලෝ මීටර දහස්වලින්										
C	39	40	41	42	44	46	49	50	48	46

ඒ අනුව මෙම ටයර් වර්ග තුනෙහි ගෙවී යාමේ ගුණයෙහි වෙනසක් පවතියිද යන්න $\alpha = 0.05$ වෙසෙසියා මට්ටමින් Kruskal Wallis පරික්ෂාව මගින් පරික්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 08)

03. (i) අපරාමිතික පරීක්ෂාවල වාසි සහ අවාසි සාකච්ඡා කරන්න.

(ලකුණු 04)

(ii) කිසියම් ගොවිපලක සිටින සත්ත්ව විශේෂයකට යම් රෝගයක් වැලදීම නිසා ඔවුන්ගේ ශරීරයේ බර අඩු වී ඇති බව හඳුනාගත් පශු වෛද්‍යවරයෙකු එම සතුන් A සහ B ලෙස කාණ්ඩ දෙකකට වෙන්කරන ලදී. ඉන්පසුව A කාණ්ඩයට අයත් සත්ත්වයින්ට පමණක් යම් ඖෂධයක් ලබා දී සතුන්ගේ බර නිරීක්ෂණය කල විට පහත සඳහන් තොරතුරු ලැබී ඇත. (බර කි. ග්‍රෑ වලින් දක්වා ඇත.)

A	10.1	12.4	10.8	11.8	12.8	11.6	11.0	12.7	13.0	12.5
B	10.0	11.8	10.6	11.8	12.6	11.3	11.0	12.6	12.9	12.4

A කාණ්ඩයේ සත්ත්වයින්ගේ බර B කාණ්ඩයේ සත්ත්වයින්ගේ බරට වඩා වැඩි වී ඇති ද යන්න $\alpha = 0.05$ වෙසෙසියා මට්ටමින් ස්වායත්ත නියැදි සඳහා Rank Sum (Wilcoxon Version) පරික්ෂාව මගින් පරික්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 08)

(iii) A සහ B කාණ්ඩවල සත්ත්වයින්ගේ බරහි විසිරීම මත පදනම්ව A කාණ්ඩයේ සත්ත්වයින්ගේ බර B කාණ්ඩයේ සත්ත්වයින්ගේ බරට වඩා වැඩි වී ඇති ද යන්න $\alpha = 0.01$ වෙසෙසියා මට්ටමින් පරික්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 08)

04. (i) එක්තරා ආයතනයක කළමනාකාරිත්වය විසින් එම ආයතනයේ සේවකයින් සඳහා පුහුණු වැඩසටහනක් ක්‍රියාත්මක කර ඔවුන්ගේ ඵලදායිතාව මාසිකව සටහන් කරගනියි. ඉන්පසුව ඔවුන්ට දෙවන පුහුණු වැඩසටහන පැවැත් වූ අතර එයට පසුව එළඹි මාසයේ දී එක් එක් සේවකයා ලබාගත් ඵලදායිතා ලකුණු පහත වගුවේ දක්වා ඇත.

	සේවකයා	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ලකුණු	පළමු වැඩසටහන	9.8	9.7	9.1	9.8	8.8	10.0	8.7	9.1	7.3	8.2
	දෙවන වැඩසටහන	9.6	9.5	9.8	9.8	8.9	10.2	8.9	9.2	8.0	8.6

ඒ අනුව දෙවන පුහුණු වැඩසටහනින් පසුව සේවකයින්ගේ ඵලදායිතාව ඉහළ ගොස් ඇති ද යන්න $\alpha = 0.01$ වෙසෙසියා මට්ටමින් Wilcoxon Signed Rank පරික්ෂාව මගින් පරික්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 10)

(ii) මෙම පවත්වන ලද පුහුණු වැඩසටහන් ප්‍රමාණවත් නැතැයි සලකන කළමනාකාරිත්වය විසින් එම සේවකයින් සඳහාම නැවතත් පුහුණු වැඩසටහනක් සංවිධානය කරන ලදී. එම පුහුණු වැඩසටහනින් පසුව සේවකයින් ලබාගත් ඵලදායිතා ලකුණු පහත පරිදි වේ.

	සේවකයා	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ලකුණු	තෙවන වැඩසටහන	10.1	9.8	9.6	9.9	8.9	10.2	8.9	9.5	7.7	8.9

ඒ අනුව මෙම සේවකයින්ගේ ඵලදායිතාව පුහුණු වැඩසටහන් අනුව අසමාන වේද යන්න $\alpha = 0.01$ වෙසෙසියා මට්ටමින් පරීක්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 10)

05. (i) X නැමැති වෙළෙඳ ආයතනයක පිටවීමේ දොරටුව ආසන්නයේ පාරිභෝගික තෘප්තිය සටහන් කිරීම සඳහා ඩිජිටල් තිරයක් ස්ථානගත කර ඇති අතර පාරිභෝගිකයින් තෘප්තිමත් නම් A ලෙස ද පාරිභෝගිකයින් අතෘප්තිමත් නම් B ලෙස ද සටහන් කරගෙන සකස් කළ වගුව පහත පරිදි වේ.

A	B	A	A	A	B	A	A	A	A	B	B
B	B	A	A	B	A	B	A	A	B	B	B
A	A	B	B	A	B	A	B	A	A	A	A
A	B	B	A	B	B	B	A	A	A	B	B

මෙම තොරතුරු භාවිතයෙන් පාරිභෝගිකයින්ගේ තෘප්තිමත් බව සසම්භාවීව ව්‍යාප්ත වේ දැයි $\alpha = 0.05$ වෙසෙසියා මට්ටමින් Runs පරීක්ෂාව (පෙළ පරීක්ෂාව) මගින් පරීක්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 10)

(ii) ඉහත සුපිරි වෙළඳසැලෙන් භාණ්ඩ මිලදී ගත් පාරිභෝගිකයින් අතුරින් තෘප්තිමත් පාරිභෝගිකයන්ගෙන් කිහිපදෙනෙකු පමණක් තෝරාගෙන මිලදී ගත් භාණ්ඩවල වටිනාකම රුපියල් (දහස්වලින්) සටහන් කරගත් අතර එම සුපිරි වෙළඳසැලට ආසන්නයේ පවතින තවත් Y සහ Z නැමැති සුපිරි වෙළඳසැල් දෙකක පාරිභෝගිකයින් මිලදී ගත් භාණ්ඩවල වටිනාකම ද රුපියල් (දහස්වලින්) සටහන් කරගෙන සකස් කරන ලද වගුවක් පහත පරිදි වේ.

X	Y	Z
10.1	9.2	6.5
12.2	8.6	5.8
9.8	9.5	6.2
8.7	7.2	7.1
11.2	6.1	8.0
12.6	6.8	5.2
10.3	9.2	6.3
7.5		7.2
11.6		
9.1		

මෙම දත්ත භාවිතයෙන් පාරිභෝගිකයින්ගේ මධ්‍යස්ථ මිලදීගැනීම් අසමාන වේ ද යන්න $\alpha = 0.01$ වෙසෙසියා මට්ටමින් Median Test (මධ්‍යස්ථ පරීක්ෂාව) මගින් පරීක්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 10)

06. (i) ස්පියර්මන්ගේ තරා සහසම්බන්ධතා සංගුණකය (Spearman's Rank Correlation Coefficient) සහ කෙන්ඩාල්ගේ තරා සහසම්බන්ධතා සංගුණකය (Kendall's Rank Correlation Coefficient) අතර ඇති සමානතා පැහැදිලි කරන්න.

(ලකුණු 02)

(ii) නියැදි තරම 65 ක් වූ X සහ Y නැමැති විචල්‍ය දෙකක් ඇසුරින් ගණනය කරන ලද තරා සහසම්බන්ධතා අගය (r_s) -0.18 ක් විය. ඒ අනුව $\alpha = 0.01$ වෙසෙසියා මට්ටමින් X සහ Y ස්වායත්ත වේ යන අභිශූන්‍ය කල්පිතයට එරෙහිව X සහ Y පරායත්ත වේ යන වෛකල්පික කල්පිතය පරීක්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 06)

(iii) කිසියම් පර්යේෂකයෙකු විසින් සිසුන් විසින් අධ්‍යයනය කිරීම සඳහා ගත කරන කාලය සහ ලබාගෙන ඇති ලකුණු ප්‍රමාණය අතර සම්බන්ධතාවක් පවතියි ද යන්න පරීක්ෂා කිරීම සඳහා ලබාගත් දත්ත පහත පරිදි වේ.

සිසුවා	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
අධ්‍යයන පැය ගණන	2	4	6	8	12	8	10	12	4	6
ලකුණු	70	65	88	90	94	90	92	96	86	84

මෙම දත්ත අතර පවතින සහසම්බන්ධතාව සඳහා පහත සඳහන් ක්‍රම දෙක යටතේ $\alpha = 0.05$ වෙසෙසියා මට්ටමින් කල්පිත පරීක්ෂා කරන්න

අ) ස්පියර්මන්ගේ තරා සහසම්බන්ධතා සංගුණකය

(ලකුණු 06)

ආ) කෙන්ඩාල්ගේ තරා සහසම්බන්ධතා සංගුණකය

(ලකුණු 06)

07. (i) කයිවර්ග පරීක්ෂාවේ අරමුණු හඳුන්වා කයිවර්ග පරීක්ෂාව භාවිත කරන අවස්ථා පිළිබඳ විමසන්න.

(ලකුණු 04)

(ii) පහත දක්වා ඇත්තේ කිසියම් පාඨමාලාවක් සඳහා සිසුන් සහ සිසුවියන් ලබා ඇති ලකුණු අනුව සමත්-අසමත් ලෙස ප්‍රභේද කර දක්වා ඇති වගුවකි.

		ස්ත්‍රී පුරුෂ භාවය	
		ස්ත්‍රී	පුරුෂ
ලකුණු	සමත්	98	90
	අසමත්	02	10

මෙම දත්ත වලට අනුව ස්ත්‍රී පුරුෂභාවය සහ පාඨමාලාව සමත්-අසමත් වීම යන ප්‍රවර්ග සංඛ්‍යානමය වශයෙන් පරායත්ත වේ දැයි $\alpha = 0.05$ වෙසෙසියා මට්ටමින්

අ) සමීකරණ භාවිතයෙන් සහ

ආ) සමීකරණ භාවිත නොකර පරීක්ෂා කරන්න

(ලකුණු 08)

(ii) විශ්වවිද්‍යාලයේ අධ්‍යයනය ලබන සිසුන්ගේ පීඨය සහ ඔවුන් විෂය බාහිර ක්‍රියාකාරකම් සඳහා දක්වන කැමැත්ත අතර සම්බන්ධතාවක් පවතියි ද යන්න අධ්‍යයනය කිරීම සඳහා ලබාගත් දත්තවල සාරාංශය පහත පරිදි දක්වා ඇත.

	විෂය බාහිර ක්‍රියාකාරකම් සඳහා		
පීඨය	කැමති	අකැමති	එකතුව
සමාජීය විද්‍යා	19	06	25
කළමනාකරණ	18	07	25
මානව ශාස්ත්‍ර	13	12	25
විද්‍යා	11	14	25
වෛද්‍ය	19	06	25
ඉංජිනේරු	18	07	25

ඒ අනුව සිසුන්ගේ පීඨය සහ විෂය බාහිර ක්‍රියාකාරකම් සඳහා ඇති කැමැත්ත අතර සම්බන්ධයක් පවතියි ද යන්න $\alpha = 0.05$ වෙසෙසියා මට්ටමින් පරීක්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 08)

08. (i) සමබර කාසි 6ක් 1300 වාරයක් උඩ දැමූ විට කාසියක සිරස ලැබීම X ලෙස ගත්විට කිසිදු කාසියක සිරස නොලැබුණු අවස්ථා 20ක් ද, එක් කාසියක සිරස ලැබුණු අවස්ථා 280ක් ද, කාසි දෙකක, කාසි තුනක, කාසි හතරක, කාසි පහක සහ කාසි හයෙහිම සිරස ලැබීම පිළිවලින් 300, 340, 280, 60 සහ 20 ලෙස ද ලැබුණි නම් කාසියක සිරස ලැබීම සාර්ථකය ලෙස සලකා ද්විපද ව්‍යාප්තියක් අනුසීහනය කර අනුසීහුමේ හොඳකම $\alpha = 0.05$ වෙසෙසියා මට්ටමින් පරීක්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 08)

(ii) පහත දැක්වෙන්නේ කිසියම් ප්‍රදේශයක ජීවත්වන පවුල් 1000ක ආදායම් ව්‍යාප්තියයි.

ආදායම රුපියල් දහස්වලින්	පවුල්
10 – 14	35
15 – 19	105
20 - 24	430
25 – 29	270
30 – 34	140
35 - 39	20

ඉහත දත්ත සඳහා ප්‍රමත ව්‍යාප්තියක් අනුසීහනය කර අනුසීහුමේ හොඳකම $\alpha = 0.05$ වෙසෙසියා මට්ටමින් පරීක්ෂා කරන්න.

(ලකුණු 12)

Table1: Critical values for the Sign test.

(α_1 – One sided, α_2 – Two sided)

n	$\alpha_1 =$	5%	$2\frac{1}{2}$%	1%	$\frac{1}{2}$%	n	$\alpha_1 =$	5%	$2\frac{1}{2}$%	1%	$\frac{1}{2}$%
	$\alpha_2 =$	10%	5%	2%	1%		$\alpha_2 =$	10%	5%	2%	1%
1		-	-	-	-	26		8	7	6	6
2		-	-	-	-	27		8	7	7	6
3		-	-	-	-	28		9	8	7	6
4		-	-	-	-	29		9	8	7	7
5		0	-	-	-	30		10	9	8	7
6		0	0	-	-	31		10	9	8	7
7		0	0	0	-	32		10	9	8	8
8		1	0	0	0	33		11	10	9	8
9		1	1	0	0	34		11	10	9	9
10		1	1	0	0	35		12	11	10	9
11		2	1	1	0	36		12	11	10	9
12		2	2	1	1	37		13	12	10	10
13		3	2	1	1	38		13	12	11	10
14		3	2	2	1	39		13	12	11	11
15		3	3	2	2	40		14	13	12	11
16		4	3	2	2	41		14	13	12	11
17		4	4	3	2	42		15	14	13	12
18		5	4	3	3	43		15	14	13	12
19		5	4	4	3	44		16	15	13	13
20		5	5	4	3	45		16	15	14	13
21		6	5	4	4	46		16	15	14	13
22		6	5	5	4	47		17	16	15	14
23		7	6	5	4	48		17	16	15	14
24		7	6	5	5	49		18	17	15	15
25		7	7	6	5	50		18	17	16	15

Table2: Critical values for the Wilcoxon's Signed Rank test.

(α_1 – One sided, α_2 – Two sided)

n	$\alpha_1 =$	5%	$2\frac{1}{2}$%	1%	$\frac{1}{2}$%	n	$\alpha_1 =$	5%	$2\frac{1}{2}$%	1%	$\frac{1}{2}$%
	$\alpha_2 =$	10%	5%	2%	1%		$\alpha_2 =$	10%	5%	2%	1%
1		-	-	-	-	26		110	98	84	75
2		-	-	-	-	27		119	107	92	83
3		-	-	-	-	28		130	116	101	91
4		-	-	-	-	29		140	126	110	100
5		0	-	-	-	30		151	137	120	109
6		2	0	-	-	31		163	147	130	118
7		3	2	0	-	32		175	159	140	128
8		5	3	1	0	33		187	170	151	138
9		8	5	3	1	34		200	182	162	148
10		10	8	5	3	35		213	195	173	159
11		13	10	7	5	36		227	208	185	171
12		17	13	9	7	37		241	221	198	182
13		21	17	12	9	38		256	235	211	194
14		25	21	15	12	39		271	249	224	207
15		30	25	19	15	40		286	264	238	220
16		35	29	23	19	41		302	279	252	233
17		41	34	27	23	42		319	294	266	247
18		47	40	32	27	43		336	310	281	261
19		53	46	37	32	44		353	327	296	276
20		60	52	43	37	45		371	343	312	291
21		67	58	49	42	46		389	361	328	307
22		75	65	55	48	47		407	378	345	322
23		83	73	62	54	48		426	396	362	339
24		91	81	69	61	49		446	415	379	355
25		100	89	76	68	50		466	434	397	373

Critical values of the Mann-Whitney test

one-tailed test at α=.025 or two-tailed test at α=.05

n_1 \ n_2	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1												
2	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

one-tailed test at α=.05 or two-tailed test at α=.10

n_2 \ n_1	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1											0	0
2	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
3	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18
5	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22	23	25
6	12	14	16	17	19	21	23	25	26	28	30	32
7	15	17	19	21	24	26	28	30	33	35	37	39
8	18	20	23	26	28	31	33	36	39	41	44	47
9	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54
10	24	27	31	34	37	41	44	48	51	55	58	62
11	27	31	34	38	42	46	50	54	57	61	65	69
12	30	34	38	42	47	51	55	60	64	68	72	77
13	33	37	42	47	51	56	61	65	70	75	80	84
14	36	41	46	51	56	61	66	71	77	82	87	92
15	39	44	50	55	61	66	72	77	83	88	94	100
16	42	48	54	60	65	71	77	83	89	95	101	107
17	45	51	57	64	70	77	83	89	96	102	109	115
18	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109	116	123
19	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	130
20	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138

Table Critical values of the smallest rank sum for the Wilcoxon-Mann-Whitney test

n_1 = number of elements in the largest sample;

n_2 = number of elements in the smallest sample.

Level of significance α					
Two-sided		0.20	0.10	0.05	0.01
One-sided		0.10	0.05	0.025	0.005
n_1	n_2				
3	2	3	-	-	-
3	3	7	6	-	-
4	2	3	-	-	-
4	3	7	6	-	-
4	4	13	11	10	-
5	2	4	3	-	-
5	3	8	7	6	-
5	4	14	12	11	-
5	5	20	19	17	15
6	2	4	3	-	-
6	3	9	8	7	-
6	4	15	13	12	10
6	5	22	20	18	16
6	6	30	28	26	13
7	2	4	3	-	-
7	3	10	8	7	-
7	4	16	14	13	10
7	5	23	21	20	16
7	6	32	29	27	24
7	7	41	39	36	32
8	2	5	4	3	-
8	3	11	9	8	-
8	4	17	15	14	11
8	5	25	23	21	17
8	6	34	31	29	25
8	7	44	41	38	34
8	8	55	51	49	43
9	1	1	-	-	-
9	2	5	4	3	-
9	3	11	9	8	6
9	4	19	16	14	11
9	5	27	24	22	18
9	6	36	33	31	26
9	7	46	43	40	35
9	8	58	54	51	45
9	9	70	66	62	56
10	1	1	-	-	-
10	2	6	4	3	-
10	3	12	10	9	6
10	4	20	17	15	12
10	5	28	26	23	19

Level of significance α					
Two-sided		0.20	0.10	0.05	0.01
One-sided		0.10	0.05	0.025	0.005
n_1	n_2				
10	6	38	35	32	27
10	7	49	45	42	37
10	8	60	56	53	47
10	9	73	69	65	58
10	10	87	82	78	71
11	1	1	-	-	-
11	2	6	4	3	-
11	3	13	11	9	6
11	4	21	18	16	12
11	5	30	27	24	20
11	6	40	37	34	28
11	7	51	47	44	38
11	8	63	59	55	49
11	9	76	72	68	61
11	10	91	86	81	73
11	11	106	100	96	87
12	1	1	-	-	-
12	2	7	5	4	-
12	3	14	11	10	7
12	4	22	19	17	13
12	5	32	28	26	21
12	6	42	38	35	30
12	7	54	49	46	40
12	8	66	62	58	51
12	9	80	75	71	63
12	10	94	89	84	76
12	11	110	104	99	90
12	12	127	120	115	105
13	1	-	-	-	-
13	2	7	5	4	-
13	3	15	12	10	7
13	4	23	20	18	14
13	5	33	30	27	22
13	6	44	40	37	31
13	7	56	52	48	44
13	8	69	64	60	53
13	9	83	78	73	64
13	10	98	92	88	79
13	11	114	108	103	93
13	12	131	125	119	109
13	13	149	142	136	125

Critical values of the Kruskal-Wallis test

Critical region : H ≥ tabulated value

K = 3

Sample sizes			α = 0.05	α = 0.01
2	2	2	-	-
3	2	1	-	-
3	2	2	4.714	-
3	3	1	5.143	-
3	3	2	5.361	-
3	3	3	5.600	7.200
4	2	1	-	-
4	2	2	5.333	-
4	3	1	5.208	-
4	3	2	5.444	6.444
4	3	3	5.791	6.745
4	4	1	4.967	6.667
4	4	2	5.455	7.036
4	4	3	5.598	7.144
4	4	4	5.692	7.654
5	2	1	5.000	-
5	2	2	5.160	6.533
5	3	1	4.960	-
5	3	2	5.251	6.909
5	3	3	5.648	7.079
5	4	1	4.985	6.955
5	4	2	5.273	7.205
5	4	3	5.656	7.445
5	4	4	5.657	7.760
5	5	1	5.127	7.309
5	5	2	5.338	7.338
5	5	3	5.705	7.578
5	5	4	5.666	7.823
5	5	5	5.780	8.000
6	1	1	-	-
6	2	1	4.822	-
6	2	2	5.345	6.655
6	3	1	4.855	6.873
6	3	2	5.348	6.970
6	3	3	5.615	7.410
6	4	1	4.947	7.106
6	4	2	5.340	7.340
6	4	3	5.610	7.50
6	4	4	5.681	7.795
6	5	1	4.990	7.182
6	5	2	5.338	7.376
6	5	3	5.602	7.590
6	5	4	5.661	7.936
6	5	5	5.729	8.028
6	6	1	4.945	7.121
6	6	2	5.410	7.467
6	6	3	5.625	7.725
6	6	4	5.725	8.000
6	6	5	5.765	8.124
6	6	6	5.801	8.222
7	7	7	5.819	8.378
8	6	8	5.805	8.465

K = 4

Sample sizes				α = 0.05	α = 0.01
2	2	1	1	-	-
2	2	2	1	5.679	-
2	2	2	2	6.167	6.667
3	1	1	1	-	-
3	2	1	1	-	-
3	2	2	1	5.833	-
3	2	2	2	6.333	7.133
3	3	1	1	6.333	-
3	3	2	1	6.244	7.200
3	3	2	2	6.527	7.636
3	3	3	1	6.600	7.400
3	3	3	2	6.727	8.015
3	3	3	3	7.000	8.538
4	1	1	1	-	-
4	2	1	1	5.833	-
4	2	2	1	6.133	7.000
4	2	2	2	6.545	7.391
4	3	1	1	6.178	7.067
4	3	2	1	6.309	7.455
4	3	2	2	6.621	7.871
4	3	3	1	6.545	7.758
4	3	3	2	6.795	8.333
4	3	3	3	6.984	8.659
4	4	1	1	5.945	7.909
4	4	2	1	6.386	7.909
4	4	2	2	6.731	8.346
4	4	3	1	6.635	8.231
4	4	3	2	6.874	8.621
4	4	3	3	7.038	8.876
4	4	4	1	6.725	8.588
4	4	4	2	6.957	8.871
4	4	4	3	7.142	9.075
4	4	4	4	7.235	9.287

K = 5

Sample sizes					α = 0.05	α = 0.01
2	2	1	1	1	-	-
2	2	2	1	1	6.750	-
2	2	2	2	1	7.133	7.533
2	2	2	2	2	7.418	8.291
3	1	1	1	1	-	-
3	2	1	1	1	6.583	-
3	2	2	1	1	6.800	7.600
3	2	2	2	1	7.309	8.127
3	2	2	2	2	7.682	8.682
3	3	1	1	1	7.111	-
3	3	2	1	1	7.200	8.073
3	3	2	2	1	7.591	8.576
3	3	2	2	2	7.910	9.115
3	3	3	1	1	7.576	8.424
3	3	3	2	1	7.769	9.051
3	3	3	2	2	8.044	9.505
3	3	3	3	1	8.000	9.451
3	3	3	3	2	8.200	9.876
3	3	3	3	3	8.333	10.20

Chi-square Distribution Table

d.f.	.995	.99	.975	.95	.9	.1	.05	.025	.01
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	2.71	3.84	5.02	6.63
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.72
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89
32	15.13	16.36	18.29	20.07	22.27	42.58	46.19	49.48	53.49
34	16.50	17.79	19.81	21.66	23.95	44.90	48.60	51.97	56.06
38	19.29	20.69	22.88	24.88	27.34	49.51	53.38	56.90	61.16
42	22.14	23.65	26.00	28.14	30.77	54.09	58.12	61.78	66.21
46	25.04	26.66	29.16	31.44	34.22	58.64	62.83	66.62	71.20
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15
55	31.73	33.57	36.40	38.96	42.06	68.80	73.31	77.38	82.29
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38
65	39.38	41.44	44.60	47.45	50.88	79.97	84.82	89.18	94.42
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.43
75	47.21	49.48	52.94	56.05	59.79	91.06	96.22	100.84	106.39
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.88	106.63	112.33
85	55.17	57.63	61.39	64.75	68.78	102.08	107.52	112.39	118.24
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	107.57	113.15	118.14	124.12
95	63.25	65.90	69.92	73.52	77.82	113.04	118.75	123.86	129.97
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	118.50	124.34	129.56	135.81

Critical values for the Friedman's Test

	k=3		k=4		k=5		k=6	
n	α=5%	α=1%	α=5%	α=1%	α=5%	α=1%	α=5%	α=1%
2	—	—	6.000	—	7.600	8.000	9.143	9.714
3	6.000	—	7.400	9.000	8.533	10.130	9.857	11.760
4	6.500	8.000	7.800	9.600	8.800	11.200	10.290	12.710
5	6.400	8.400	7.800	9.960	8.960	11.680	10.490	13.230
6	7.000	9.000	7.600	10.200	9.067	11.870	10.570	13.620
7	7.143	8.857	7.800	10.540	9.143	12.110	10.670	13.860
8	6.250	9.000	7.650	10.500	9.200	13.200	10.710	14.000
9	6.222	9.556	7.667	10.730	9.244	12.440	10.780	14.140
10	6.200	9.600	7.680	10.680	9.280	12.480	10.800	14.230
11	6.545	9.455	7.691	10.750	9.309	12.580	10.840	14.320
12	6.500	9.500	7.700	10.800	9.333	12.600	10.860	14.380
13	6.615	9.385	7.800	10.850	9.354	12.680	10.890	14.450
14	6.143	9.143	7.714	10.890	9.371	12.740	10.900	14.490
15	6.400	8.933	7.720	10.920	9.387	12.800	10.920	14.540
16	6.500	9.375	7.800	10.950	9.400	12.800	10.960	14.570
17	6.118	9.294	7.800	10.050	9.412	12.850	10.950	14.610
18	6.333	9.000	7.733	10.930	9.422	12.890	10.950	14.630
19	6.421	9.579	7.863	11.020	9.432	12.880	11.000	14.670
20	6.300	9.300	7.800	11.100	9.400	12.920	11.000	14.660
∞	5.991	9.210	7.815	11.340	9.488	13.280	11.070	15.090

For values of n greater than 20 and/or values of k greater than 6, use χ^2 tables with k-1 degrees of freedom

Lower critical values and Upper critical values for the Runs Test

(One sided $\alpha 1$ = 5% Two sided $\alpha 2$ = 10% ,One sided $\alpha 1$ = 2.5% Two sided α_2 =5%

n_1 – larger sample , n_2 – smaller sample)

Lower critical values

$\alpha_1 = 5\%$, $\alpha_2 = 10\%$

n_2 \ n_1 =	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2 = n_2	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3		—	—	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4			2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5				3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
6					3	4	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
7						4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	[illegible]	7	7	7
8							5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8
9								6	6	6	7	7	7	8	8	8	8	8	9
10									6	7	7	8	8	8	8	9	9	9	9
11										7	8	8	8	9	9	9	10	10	10
12											8	9	9	9	10	10	10	10	11
13												9	9	10	10	10	11	11	11
14													10	10	11	11	11	12	12
15														11	11	11	12	12	12
16															11	12	12	13	13
17																12	13	13	13
18																	13	14	14
19																		14	14
20																			15

$\alpha_1 = 2\frac{1}{2}\%$, $\alpha_2 = 5\%$

n_1 \ n_2 =	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_1 = 2	—																		
3	—	—																	
4	—	—	—																
5	—	—	2	2															
6	—	2	2	3	3														
7	—	2	2	3	3	3													
8	—	2	3	3	3	4	4												
9	—	2	3	3	4	4	5	5											
10	—	2	3	3	4	5	5	5	6										
11	—	2	3	4	4	5	5	6	6	7									
12	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7								
13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8							
14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9						
15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10					
16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11				
17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11			
18	2	4	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12		
19	2	4	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	
20	2	4	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14

Upper critical values

$\alpha_1 = 5\%$, $\alpha_2 = 10\%$

n_2 \ n_1 =	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2 = n_1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3		—	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4			8	9	9	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5				9	9	10	11	11	11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6					11	11	12	12	12	13	13	13	13	—	—	—	—	—	—
7						12	13	13	13	14	14	14	14	15	15	15	15	15	—
8							13	14	14	15	15	15	16	16	16	16	16	16	17
9								14	15	15	16	16	17	17	17	17	18	18	18
10									16	16	17	17	17	18	18	18	19	19	19
11										17	17	18	18	19	19	19	20	20	20
12											18	18	19	19	20	20	21	21	21
13												19	20	20	21	21	21	22	22
14													20	21	21	22	22	23	23
15														21	22	22	23	23	24
16															23	23	24	24	25
17																24	24	25	25
18																	25	25	26
19																		26	27
20																			27

$\alpha_1 = 2\frac{1}{2}\%$, $\alpha_2 = 5\%$

n_1 \ n_2 =	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n_1 = 2	—																		
3	—	—																	
4	—	—	—																
5	—	—	9	10															
6	—	—	9	10	11														
7	—	—	—	11	12	13													
8	—	—	—	11	12	13	14												
9	—	—	—	—	13	14	14	15											
10	—	—	—	—	13	14	15	16	16										
11	—	—	—	—	13	14	15	16	17	17									
12	—	—	—	—	13	14	16	16	17	18	19								
13	—	—	—	—	—	15	16	17	18	19	19	20							
14	—	—	—	—	—	15	16	17	18	19	20	20	21						
15	—	—	—	—	—	15	16	18	18	19	20	21	22	22					
16	—	—	—	—	—	—	17	18	19	20	21	21	22	23	23				
17	—	—	—	—	—	—	17	18	19	20	21	22	23	23	24	25			
18	—	—	—	—	—	—	17	18	19	20	21	22	23	24	25	25	26		
19	—	—	—	—	—	—	17	18	20	21	22	23	23	24	25	26	26	27	
20	—	—	—	—	—	—	17	18	20	21	22	23	24	25	25	26	27	27	28

Critical values of r in the runs test*

Given in the tables are various critical values of r for values of m and n less than or equal to 20. For the one-sample runs test, any observed value of r which is less than or equal to the smaller value, or is greater than or equal to the larger value in a pair is significant at the $\alpha = .05$ level.

m \ n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2											2 –	2 –	2 –	2 –	2 –	2 –	2 –	2 –	2 –
3					2 –	2 –	2 –	2 –	2 –	2 –	2 –	2 –	2 –	3 –	3 –	3 –	3 –	3 –	3 –
4				2 9	2 9	2 –	3 –	3 –	3 –	3 –	3 –	3 –	3 –	3 –	4 –	4 –	4 –	4 –	4 –
5			2 9	2 10	3 10	3 11	3 11	3 –	3 –	4 –	4 –	4 –	4 –	4 –	4 –	4 –	5 –	5 –	5 –
6		2 –	2 9	3 10	3 11	3 12	3 12	4 13	4 13	4 13	4 13	5 –	5 –	5 –	5 –	5 –	5 –	6 –	6 –
7		2 –	2 –	3 11	3 12	3 13	4 13	4 14	5 14	5 14	5 14	5 15	5 15	6 15	6 –	6 –	6 –	6 –	6 –
8		2 –	3 –	3 11	3 12	4 13	4 14	5 14	5 15	5 15	6 16	6 16	6 16	6 16	6 17	7 17	7 17	7 17	7 17
9		2 –	3 –	3 –	4 13	4 14	5 14	5 15	5 16	6 16	6 16	6 17	7 17	7 18	7 18	7 18	8 18	8 18	8 18
10		2 –	3 –	3 –	4 13	5 14	5 15	5 16	6 16	6 17	7 17	7 18	7 18	7 18	8 19	8 19	8 19	8 20	9 20
11		2 –	3 –	4 –	4 13	5 14	5 15	6 16	6 17	7 17	7 18	7 19	8 19	8 19	8 20	9 20	9 20	9 21	9 21
12	2 –	2 –	3 –	4 –	4 13	5 14	6 16	6 16	7 17	7 18	7 19	8 19	8 20	8 20	9 21	9 21	9 21	10 22	10 22
13	2 –	2 –	3 –	4 –	5 –	5 15	6 16	6 17	7 18	7 19	8 19	8 20	9 20	9 21	9 21	10 22	10 22	10 23	10 23
14	2 –	2 –	3 –	4 –	5 –	5 15	6 16	7 17	7 18	8 19	8 20	9 20	9 21	9 22	10 22	10 23	10 23	11 23	11 24
15	2 –	3 –	3 –	4 –	5 –	6 15	6 16	7 18	7 18	8 19	8 20	9 21	9 22	10 22	10 23	11 23	11 24	11 24	12 25
16	2 –	3 –	4 –	4 –	5 –	6 –	6 17	7 18	8 19	8 20	9 21	9 21	10 22	10 23	11 23	11 24	11 25	12 25	12 25
17	2 –	3 –	4 –	4 –	5 –	6 –	7 17	7 18	8 19	9 20	9 21	10 22	10 23	11 23	11 24	11 25	12 25	12 26	13 26
18	2 –	3 –	4 –	5 –	5 –	6 –	7 17	8 18	8 19	9 20	9 21	10 22	10 23	11 24	11 25	12 25	12 26	13 26	13 27
19	2 –	3 –	4 –	5 –	6 –	6 –	7 17	8 18	8 20	9 21	10 22	10 23	11 23	11 24	12 25	12 26	13 26	13 27	13 27
20	2 –	3 –	4 –	5 –	6 –	6 –	7 17	8 18	9 20	9 21	10 22	10 23	11 24	12 25	12 25	13 26	13 27	13 27	14 28

* Adapted from Swed, and Eisenhart, C. (1943). Tables for testing randomness of grouping in a sequence of alternatives. *Annals of Mathematical Statistics*, 14, 83–86, with the kind permission of the authors and publisher.

Critical values of Spearman's Rank Correlation Coefficient

N	α1	.25	.10	.050	.025	.010	.005	.0025	.001	.0005	(One -tailed)
	α2	.50	.20	.10	.050	.020	.010	.0050	.002	.001	(Two -tailed)
4		.600	1.00	1.00							
5		.500	.800	.900	1.00	1.00					
6		.371	.657	.829	.886	.943	1.00	1.00			
7		.321	.571	.714	.786	.893	.929	.964	1.00	1.00	
8		.310	.524	.643	.738	.833	.881	.905	.952	.976	
9		.267	.483	.600	.700	.783	.833	.867	.917	.933	
10		.248	.455	.564	.648	.745	.794	.830	.879	.903	
11		.236	.427	.536	.618	.709	.755	.800	.845	.873	
12		.224	.406	.503	.587	.671	.727	.776	.825	.860	
13		.209	.385	.484	.560	.648	.703	.747	.802	.835	
14		.200	.367	.464	.538	.622	.675	.723	.776	.811	
15		.189	.354	.443	.521	.604	.654	.700	.754	.786	
16		.182	.341	.429	.503	.582	.635	.679	.732	.765	
17		.176	.328	.414	.485	.566	.615	.662	.713	.748	
18		.170	.317	.401	.472	.550	.600	.643	.695	.728	

TABLE R_{II}
Critical values for T, the Kendall rank-order correlation coefficient*

Entries are values of T such that $P[T \geq \text{tabled value}] \leq \alpha$.

N	α	.100	.050	.025	.010	.005 (one-tailed)
	α	.200	.100	.050	.020	.010 (two-tailed)
11		.345	.418	.491	.564	.600
12		.303	.394	.455	.545	.576
13		.308	.359	.436	.513	.564
14		.275	.363	.407	.473	.516
15		.276	.333	.390	.467	.505
16		.250	.317	.383	.433	.483
17		.250	.309	.368	.426	.471
18		.242	.294	.346	.412	.451
19		.228	.287	.333	.392	.439
20		.221	.274	.326	.379	.421
21		.210	.267	.314	.371	.410
22		.195	.253	.295	.344	.378
23		.202	.257	.296	.352	.391
24		.196	.246	.290	.341	.377
25		.193	.240	.287	.333	.367
26		.188	.237	.280	.329	.360
27		.179	.231	.271	.322	.356
28		.180	.228	.265	.312	.344
29		.172	.222	.261	.310	.340
30		.172	.218	.255	.301	.333